

## Pemodelan Quasigeoid Lokal dari Data Gayaberat Teristris Menggunakan Formula *Hotine* *Local Quasigeoid Modelling Derived from Terrestrial Gravity Data using Hotine's Formula*

Bagas Triarahmadhana<sup>1,2</sup>, Leni Sophia Heliani<sup>1\*</sup>, Widy Putra<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Magister Teknik Geomatika, Universitas Gadjah Mada, Jl. Grafika 2, Yogyakarta, Indonesia

<sup>2</sup>Badan Informasi Geospasial, Jl. Raya Jakarta – Bogor, Km. 46, Cibinong, Jawa Barat, Indonesia

\*Korespondensi penulis: lheliani@ugm.ac.id

Diterima: 07092022; Diperbaiki: 02112022; Disetujui: 12012023; Dipublikasi: 28022023

**Abstrak:** Quasigeoid lokal pulau Bali di definisikan menggunakan persamaan *Hotine*. Data yang digunakan kombinasi data gangguan gayaberat hasil pengukuran terestris, gayaberat laut DTU17, EGM2008 derajat 360 dan SRTM15 dengan berbagai variasi jarak spheris diuji untuk menghasil quasigeoid teliti. Variasi jarak spheris yang digunakan sebesar 0,1°, 0,3°, 0,5°, 0,7°, 0,9°, 1,1°, dan 1,3°. Quasigeoid dikoreksi dengan fungsi anomali gayaberat *Bouguer* untuk mendapatkan model geoid. Validasi geoid dibandingkan dengan 154 titik *co-site* GNSS/sipat datar teliti sepanjang jalur yang menghubungkan stasiun pasang surut laut Celukan Bawang ke Tanjung Bena. Hasil perbandingan menunjukkan bahwa geoid dengan jarak spheris 0,9° paling akurat dengan nilai standar deviasi sebesar 20,9 cm. Standar deviasi menunjukkan bahwa terjadi pola penurunan nilai dari jarak spheris 0,3° ke 0,9°. Kondisi tersebut dapat disebabkan karena optimalisasi eliminasi kesalahan trunkasi gangguan gayaberat. Meskipun demikian, penelitian yang lebih komprehensif diperlukan untuk menunjukkan pengaruh hubungan antara jarak spheris dan interval data gayaberat yang tersedia.

*Copyright © 2023 Geoid. All rights reserved.*

**Abstract:** The local quasigeoid of Bali Island is defined using the *Hotine* formula. The data used is a combination gravity disturbances of terrestrial measurement, marine gravity DTU17, EGM2008 360 degree and SRTM15 data with various spherical distance tested to obtain a rigorous quasigeoid. The spherical distance variations used were 0.1°, 0.3°, 0.5°, 0.7°, 0.9°, 1.1°, and 1.3°. The quasigeoid was corrected with the *Bouguer* gravity anomaly function to derive the geoid model. The geoid validation was compared with 154 GNSS *co-sited* GNSS/precise leveling along the route connecting Celukan Bawang to Tanjung Bena ocean tide station. The comparison results show that the geoid with a spherical distance of 0.9° is the most accurate with a standard deviation value of 20.9 cm. The standard deviation shows that the pattern of decreasing value from 0.3° to 0.9°. This situation could be due to the optimization of the truncation error elimination of the gravity disturbance. Nevertheless, a more comprehensive study is urgently necessary to investigate the effect of the relationship between the spherical distance and spacing point of gravity data.

Kata kunci: Geoid, Formula *Hotine*, Jarak Spheris

Cara untuk sitasi: Triarahmadhana, B., Heliani, L.S., Putra, W. (2023). Pemodelan Quasigeoid Lokal dari Data Gayaberat Teristris Menggunakan Formula *Hotine*. *Geoid*, 18(2), 197-207.

### Pendahuluan

Saat ini berkembang teknologi survei berbasis satelit (Hofmann-Wellenhof dkk., 2008), yang memberikan kemudahan dan kecepatan dalam akuisisi data spasial (Egea-Roca dkk., 2022). Namun demikian, meski pengukuran dilaksanakan dalam 3D, data yang dapat langsung digunakan adalah hanya data horizontal. Hal ini disebabkan tinggi yang dihasilkan merupakan tinggi geometrik yang tidak memiliki arti fisis (Kaplan & Hegarty, 2017). Dalam bidang ilmu Geodesi, terdapat beberapa bidang referensi tinggi, yaitu elipsoid referensi, geoid, atau permukaan air laut rerata (Torge, 2001). Dari ketiga bidang referensi tinggi tersebut, geoid dinilai sebagai bidang yang paling ideal untuk menentukan tinggi. Hal ini, dikarenakan geoid memiliki arti fisis yang

ditentukan berdasarkan fungsi potensial massa suatu titik (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2006). Geoid merupakan bidang ekipotensial yang berimpit dengan permukaan air laut rerata yang tidak terganggu. Meskipun demikian, kondisi tersebut sulit terwujud karena terdapat selisih antara geoid dan permukaan air laut rerata yang disebut *sea surface topography* (SST). SST disebabkan karena fenomena fisis laut seperti gelombang, pasang surut laut, dan arus laut. Kondisi tersebut terutama di wilayah kepulauan seperti Indonesia dengan permukaan air laut rerata yang bervariasi di setiap pulau. Sarsito dkk. (2019) menunjukkan besarnya nilai SST di perairan Indonesia berada pada rentang  $\pm 0,5$  s.d.  $\pm 1,2$  m. Berdasarkan kondisi tersebut, geoid dapat berfungsi untuk unifikasi sistem tinggi (Sideris, 2019) sekaligus transformasi tinggi geometrik yang bereferensi elipsoid (Hofmann-Wellenhof dkk., 2008), yang dihasilkan dari pengamatan *Global Navigation Satellite System* (GNSS) ke tinggi ortometrik yang bereferensi geoid.

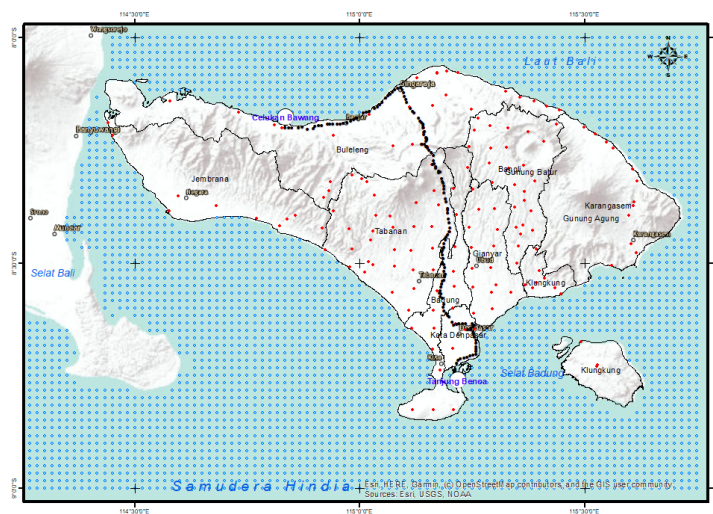
Geoid dapat dimodelkan dengan menggunakan data gayaberat yang menunjukkan resultan gaya gravitasi Newton dengan gaya sentrifugal (Sneeuw, 2006). Data gayaberat diperoleh dari pengukuran relatif (Francis, 2021) dengan metode teristris, *airborne*, *shipborne*, maupun kombinasi ketiganya yang direferensikan terhadap nilai gayaberat absolut yang sudah diketahui di titik ikat. Secara konvensional, geoid dihitung dari nilai anomali gayaberat ( $\Delta g$ ) dengan menggunakan formula *Stokes* (Sjöberg, 2003) yang menunjukkan hubungan antara undulasi (N) terhadap gangguan potensial (T) suatu titik di geoid. Secara geometri, undulasi merupakan jarak antara geoid dengan elipsoid referensi (Sideris, 1994). Selain dengan formula *Stokes*, geoid dapat ditentukan dari nilai gangguan gayaberat ( $\delta g$ ) dengan menggunakan formula *Hotine* (Sakil dkk., 2021). Pemodelan geoid pada cakupan area yang terbatas mengikuti kaidah *Second Boundary Value Problem* (*Neumann's Problem*) atau *Third Boundary Value Problem* (*Robin's Problem*) (Bayoud & Sideris, 2003) dimana radius bumi bernilai tak terhingga ( $R \rightarrow \infty$ ). Hal tersebut menyebabkan pada persamaan fundamental geodesi fisis berlaku  $\Delta g \approx \delta g$  (Sneeuw, 2006). Penggunaan formula *Hotine* tidak secara langsung menghasilkan geoid melainkan bidang yang disebut quasigeoid. Quasigeoid mengandung nilai anomali tinggi ( $\zeta$ ). Untuk memperoleh nilai undulasi geoid, anomali tinggi harus dikoreksikan dengan nilai anomali gayaberat *Bouguer* dan tinggi ortometrik suatu titik (Tenzer dkk., 2006).

Pemodelan geoid di beberapa wilayah seperti Vietnam (Vu dkk., 2019), New Zealand (McCubbine dkk., 2018), dan Iran (Kiamehr, 2011) menunjukkan bahwa akurasi geoid bervariasi pada fraksi 4 s.d. 19 cm. Di sisi lain, Işık dkk. (2021) menunjukkan pemodelan geoid dengan formula *Hotine* yang dimodifikasi di wilayah Colorado lebih akurat daripada formula *Stokes* dengan akurasi masing-masing sebesar 2,69 cm dan 2,87 cm. Jalal dkk. (2019) menunjukkan beberapa faktor yang mempengaruhi akurasi geoid meliputi akurasi data gayaberat (45%), densitas data gayaberat (20%), resolusi *digital elevation model* (DEM) (16%), akurasi titik GNSS/sipat datar teliti (10%), dan kondisi topografi (9%). Selain faktor-faktor tersebut, terdapat faktor lain yang berpengaruh terhadap akurasi geoid yang disebabkan karena proses penghitungan. Salah satu faktor tersebut adalah jarak spheris ( $\psi$ ) sebagai variabel hitungan residual quasigeoid. Jarak spheris menunjukkan jarak antara titik yang diketahui nilai gangguan gayaberatnya terhadap titik komputasi geoid (Tenzer dkk., 2006) berdasarkan koordinat geodetikanya ( $\lambda, \phi$ ). Godah dkk. (2018) menunjukkan bahwa kovarian residual anomali gayaberat dari 161 titik gayaberat absolut dengan tingkat ketidakpastian  $\sim 7$   $\mu$ Gal mengalami penurunan dari jarak spheris  $0,0^\circ$  s.d.  $0,8^\circ$ . Selain itu, Featherstone dkk. (2018) menunjukkan bahwa nilai standar deviasi quasigeoid yang di-*fitting* terhadap tinggi normal dan telah dikoreksi dengan bias mengalami penurunan dari jarak spheris  $0,0^\circ$  s.d.  $0,5^\circ$  kemudian relatif stabil (*flat*) pada jarak spheris  $0,5^\circ$  s.d.  $4,5^\circ$ .

Evaluasi penentuan jarak spheris perlu dilakukan untuk mengetahui pengaruhnya terhadap akurasi geoid yang dihasilkan. Berdasarkan kondisi tersebut, penelitian dilakukan untuk memodelkan geoid lokal Pulau Bali dengan batasan koordinat antara  $8^\circ$  s.d.  $9^\circ$  Lintang Selatan dan  $114,25^\circ$  s.d.  $115,75^\circ$  Bujur Timur. Geoid dimodelkan dengan teknik *Remove Compute Restore* (RCR) (Sjöberg, 2005) dari kombinasi data gayaberat teristris dan *shipborne*, EGM2008, dan SRTM15. Residual quasigeoid dihitung dengan fungsi *Hotine* menggunakan variasi jarak spheris (*capsize*) sebesar  $0,1^\circ$ ,  $0,3^\circ$ ,  $0,5^\circ$ ,  $0,7^\circ$ ,  $0,9^\circ$ ,  $1,1^\circ$ , dan  $1,3^\circ$ . Geoid di-*fitting* ke empat stasiun pasang surut laut, yaitu Jembrana, Celukan Bawang, Tanjung Benoa, dan Nusa Penida. Tingkat akurasi geoid ditentukan dari perbandingan terhadap anomali tinggi geometrik dari *co-site* GNSS/sipat datar teliti di 154 titik yang terletak di sepanjang jalur yang menghubungkan stasiun pasang surut laut Celukan Bawang dengan Tanjung Benoa.

## Data dan Metode

Geoid dihasilkan dari kombinasi data 172 titik gangguan gayaberat teristris dan data DTU17 (Andersen & Knudsen, 2020) yang berfungsi sebagai komponen gelombang menengah, EGM2008 (Pavlis dkk., 2012) derajat 360 yang berfungsi sebagai komponen gelombang panjang, dan SRTM15 sebagai komponen gelombang pendek. Gangguan gayaberat teristris diperoleh dari pengukuran gayaberat relatif di Pulau Bali dengan menggunakan gravimeter relatif *Scintrex CG-5/CG-6*. Nilai gayaberat observasi diikatkan terhadap nilai gayaberat absolut di pilar Gayaberat Utama (GBU) No. 19 ( $8^{\circ} 44'10,83''$  Lintang Selatan;  $115^{\circ} 10' 43,26''$  Bujur Timur) sebesar  $978.260,69364 \pm 0,00746$  mGal. Titik pengukuran gayaberat terdiri atas titik pengukuran di pilar Jaring Kontrol Geodesi (JKG) dan titik sporadis dengan interval sebesar  $\pm 5$  km. Pengukuran gayaberat dilakukan secara *looping*. Penghitungan data dilakukan menggunakan perangkat lunak *PyGabeur* (Wijaya dkk., 2019) dengan kontrol kualitas pengukuran berdasarkan drift harian sebesar  $-0,55$  s.d.  $-0,25$  mGal/hari untuk titik JKG dan  $-0,30$  s.d.  $0,30$  mGal/hari. Koreksi posisi GNSS khususnya komponen tinggi dengan menggunakan data DEMNAS (<https://tanahair.indonesia.go.id/demnas/#/>) diperlukan untuk mendapatkan nilai gangguan gayaberat yang konsisten untuk titik JKG maupun titik sporadis.



Gambar 1. Distribusi data gayaberat teristris (merah), DTU17 (biru), dan titik GNSS/sipat datar teliti (hitam) di Pulau Bali, Indonesia

Data DTU17 mengandung informasi berupa nilai anomali gayaberat di wilayah laut. Oleh sebab itu, anomali gayaberat DTU17 harus dikonversi untuk memperoleh nilai gangguan gayaberat (Zhang dkk., 2022). Tinggi ortometrik titik DTU17 diinterpolasi dengan metode *kriging* dari data SRTM15 dan geoid global EGM1996 dengan sub program *GEOIP* pada perangkat lunak *GRAVSOFT* (Forsberg & Tscherning, 2008). Titik-titik yang terindikasi sebagai *noise* khususnya di wilayah pesisir dieliminasi untuk memperoleh pola gangguan gayaberat DTU17 yang lebih *seamless*. Selain gangguan gayaberat teristris dan DTU17, data yang digunakan yaitu EGM2008 derajat 360. Heliani (2016) menunjukkan bahwa apabila dibandingkan dengan enam model geopotensial global (MGG) yang lain yaitu EGM1996, EIGEN-CG03C, EIGEN-GL04C, ITG-GRACE03, AIUB-CHAMP01S, dan GGM02C, EGM2008 menghasilkan geoid Pulau Jawa yang lebih akurat dengan nilai selisih rerata terhadap undulasi geometrik sebesar 70,1 cm. Di sisi lain, Hartanto & Chabibi (2018) menunjukkan bahwa penerapan trunkasi pada derajat 360 dan 720 mampu meningkatkan ketelitian MGG sebesar 5 s.d. 20 mm. Penelitian-penelitian tersebut mengindikasikan bahwa EGM2008 derajat 360 mampu memberikan kontribusi secara optimal terhadap akurasi geoid. Baik gangguan gayaberat maupun anomali tinggi EGM2008 dihitung dengan sub program *GEOEGM* pada perangkat lunak *GRAVSOFT*.

Geoid dimodelkan dengan teknik RCR. Teknik RCR terdiri atas dua tahap yaitu tahap *remove* dan *restore*. Pada penelitian yang dilakukan, tahap *remove* bertujuan untuk menghitung nilai residual gangguan gayaberat dihasilkan dari pengurangan antara gabungan gangguan gayaberat teristris dan DTU17 terhadap gangguan gayaberat EGM2008 derajat 360 dan koreksi topografi dari data SRTM15. Koreksi topografi dihitung dengan metode topografi dengan mengasumsikan rapat massa batuan sebesar  $2,67$  gr/cm<sup>3</sup>. Nilai residual gangguan

gayaberat digunakan pada tahap *restore* untuk menghitung residual quasigeoid. Residual quasigeoid dihitung dengan formula *Hotine* dengan variabel jarak spheris yang telah ditentukan sesuai persamaan matematis (1) (Märdla dkk., 2018).

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} H(\psi) \delta g d\sigma \quad (1)$$

dalam hal ini,

- $R$  = jari-jari rerata bumi (satuan m).  
 $\gamma_0$  = gayaberat normal di ekuator (satuan mGal).  
 $\delta g$  = gangguan gayaberat (satuan mGal).  
 $H(\psi)$  = fungsi *Hotine* yang dihitung dengan persamaan matematis (2).

$$H(\psi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n+1} P_n(\cos \psi) \quad (2)$$

dalam hal ini,

- $P_n$  = polinomial *Legendre*.  
 $\psi$  = jarak spheris antara titik yang dihitung gangguan potensialnya terhadap elemen luasan  $d\sigma$ .

Quasigeoid dihasilkan dari penjumlahan antara residual quasigeoid dengan anomali tinggi EGM2008 derajat 360. Quasigeoid selanjutnya dikoreksi dengan fungsi anomali gayaberat *Bouguer* untuk memperoleh model geoid untuk diuji akurasinya.

## Hasil dan Pembahasan

### 1. Gangguan gayaberat

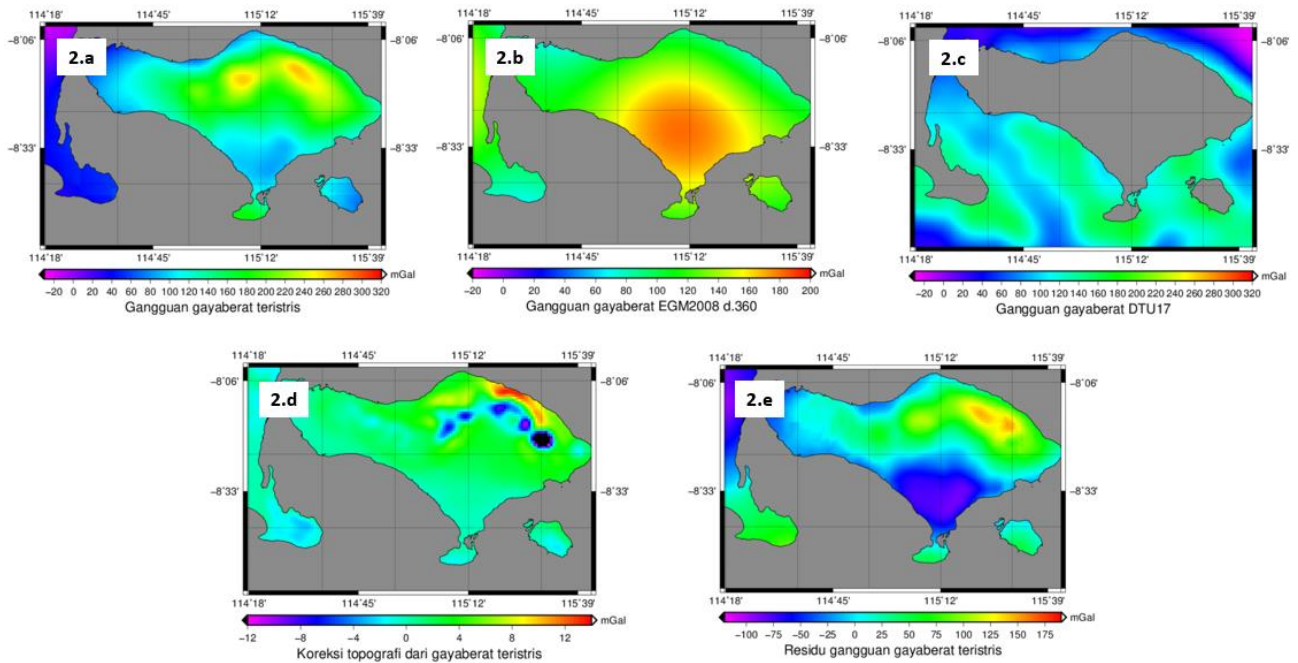
Gangguan gayaberat berfungsi sebagai data utama untuk menghitung residual gangguan gayaberat. Residual gangguan gayaberat, pada tahap *remove*, dihitung dengan terlebih dahulu menggabungkan data gangguan gayaberat teristris dan DTU17 kemudian dikurangi dengan gangguan gayaberat EGM2008 derajat 360 dan koreksi topografi. Statistik gangguan gayaberat dari berbagai data termasuk residual gangguan gayaberat ditampilkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Statistik gangguan gayaberat dan residualnya (mGal)

	Teristris	DTU17	EGM2008 d.360	Koreksi topografi	Residual gangguan gayaberat
Minimum	33,562	-33,674	-31,560	-34,505	-112,409
Maksimum	262,031	173,563	181,535	13,426	151,129
Rerata	146,539	94,712	108,409	1,000	3,179
STD	49,030	44,882	38,363	3,003	44,367

Tabel 1. menunjukkan bahwa gangguan gayaberat teristris, DTU17, dan EGM2008 derajat 360 memiliki konsistensi nilai yang ditunjukkan dari kedekatan nilai rerata. Selain itu, ketiganya juga memiliki nilai standar deviasi yang relatif sama. Visualisasi pada Gambar 2. menunjukkan bahwa gangguan gayaberat teristris relatif lebih besar di sisi Utara-Timur Pulau Bali dengan nilai > 240 mGal. Hal tersebut disebabkan karena wilayah tersebut merupakan kawasan dataran tinggi dengan estimasi ketinggian dari data SRTM 30m antara 950 s.d. 1.950 m dan terdapat kenampakan Gunung Agung dan Gunung Batur (ditampilkan pada Gambar 1). Kondisi tersebut sesuai dengan fungsi gangguan gayaberat yang menunjukkan bahwa semakin tinggi suatu wilayah maka semakin besar massa sehingga gangguan gayaberat yang diperoleh semakin besar (Hofmann-Wellenhof & Moritz, 2006). Di sisi lain, wilayah dengan gangguan gayaberat relatif besar maka koreksi topografi bernilai relatif kecil.





Gambar 2. Gangguan gayaberat (a) teristris, (b) EGM2008 derajat 360, (c) DTU17, (d) koreksi topografi dan (e) residual gangguan gayaberat

Gambar 2.d. menunjukkan bahwa koreksi topografi di sisi Utara-Timur Pulau Bali dengan topografi dataran tinggi lebih kecil dibandingkan wilayah sekitarnya dengan nilai antara -6 s.d. -12 mGal. Kondisi tersebut karena adanya kompensasi massa pada penghitungan koreksi topografi dengan metode topografi (Heliani dkk., 2004; Lin & Li, 2022). Triarahmadhana & Heliani (2014) menunjukkan bahwa nilai rerata koreksi topografi dari data SRTM di Pulau Jawa sebesar 1,0 mGal, sedangkan dengan data tinggi sejenis koreksi topografi di Pulau Bali bernilai rerata 1,137 mGal. Dengan mempertimbangkan kedekatan jarak geografis antara kedua pulau dan kondisi topografi yang tidak signifikan berbeda, maka nilai koreksi topografi di kedua pulau dianggap konsisten. Pola residual gangguan gayaberat identik dengan pola gangguan gayaberat teristris dengan besarnya nilai (magnitud) yang berbeda. Residual gangguan gayaberat di sisi Utara-Timur Pulau Bali lebih besar daripada wilayah sekitarnya dengan nilai berkisar 100 s.d. 150 mGal. Secara umum, wilayah Utara Pulau Bali memiliki gangguan gayaberat dan residual yang lebih besar daripada wilayah Selatan. Hal tersebut sangat kuat dipengaruhi karena kondisi topografi di wilayah Utara lebih tinggi daripada sebelah Selatan. Nilai residual gangguan gayaberat selanjutnya digunakan untuk menghitung residual quasigeoid.

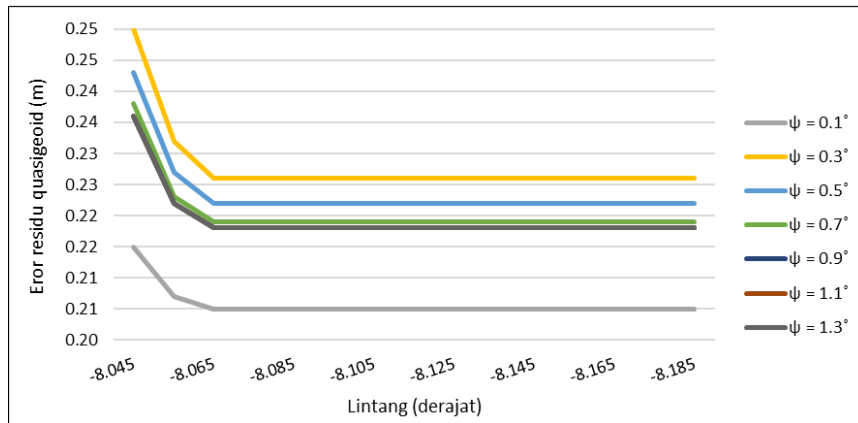
## 2. Geoid

Quasigeoid dihasilkan dari tahap *restore* yaitu penjumlahan antara residual quasigeoid dengan anomali tinggi EGM2008 derajat 360. Pada penelitian ini, hasil akhir berupa quasigeoid dimana tidak mengandung kontribusi topografi karena *indirect effect (PIDE/Primary Indirect Effect)* tidak ikut diperhitungkan. Residual quasigeoid dihitung dengan formula *Hotine* dengan variasi jarak spheris sebesar 0,1°, 0,3°, 0,5°, 0,7°, 0,9°, 1,1°, dan 1,3°. Statistik residual quasigeoid ditampilkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Statistik residual quasigeoid (m)

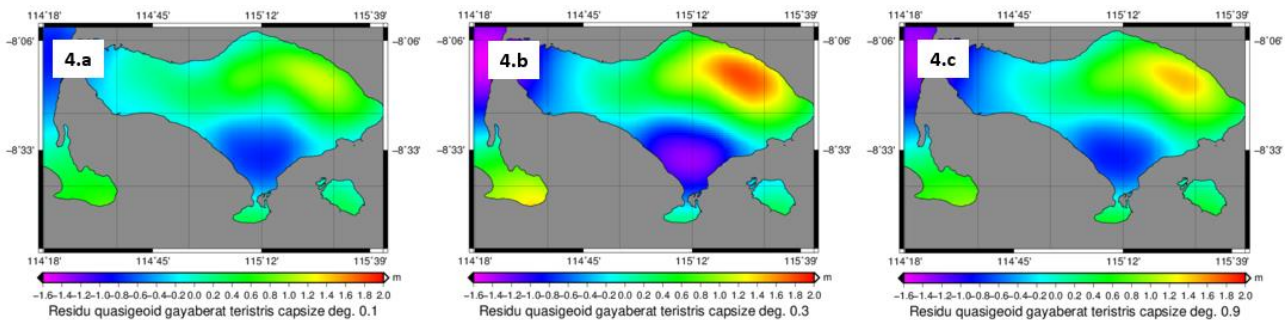
Jarak spheris ( $\psi$ )	0,1°	0,3°	0,5°	0,7°	0,9°	1,1°	1,3°
Minimum	-0,863	-1,564	-1,573	-1,476	-1,427	-1,419	-1,368
Maksimum	1,156	1,805	1,491	1,477	1,463	1,478	1,456
Rerata	0,032	0,066	0,046	0,053	0,061	0,064	0,061
STD	0,392	0,714	0,639	0,585	0,571	0,573	0,569

Nilai rerata dan standar deviasi residual quasigeoid setiap jarak spheris menunjukkan bahwa nilai rerata dan standar deviasi paling rendah dan paling tinggi dihasilkan dari jarak spheris 0,1° dan 0,3°. Nilai rerata dan standar deviasi dari jarak spheris 0,5° s.d. 1,3° relatif stabil (*flat*) dengan estimasi nilai sebesar 0,06 m dan 0,57 m.



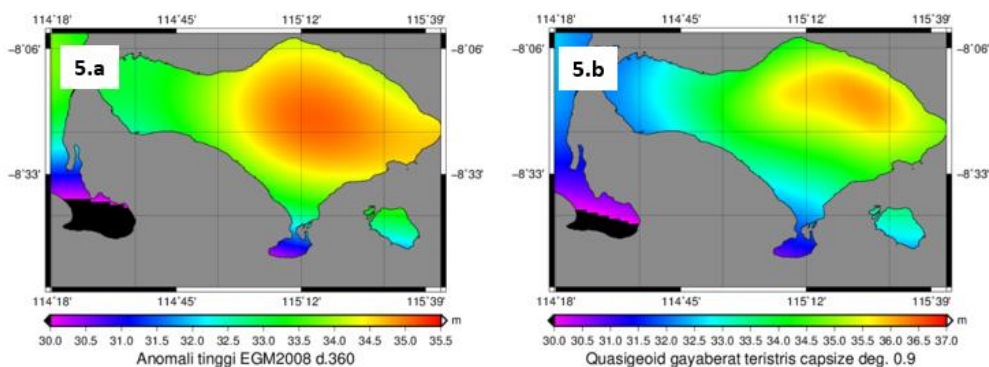
Gambar 3. Grafik kesalahan residual quasigeoid

Gambar 3. menunjukkan bahwa kesalahan (eror) residual quasigeoid yang paling rendah dan paling tinggi dihasilkan dari jarak spheris sebesar  $0,1^\circ$  dan  $0,3^\circ$ . Jarak spheris  $0,9^\circ$ ,  $1,1^\circ$ , dan  $1,3^\circ$  menghasilkan kesalahan yang sama. Hal tersebut ditunjukkan dari grafik yang berimpit. Nilai kesalahan residual quasigeoid dari seluruh jarak spheris berada pada rentang 0,21 s.d. 0,25 m.



Gambar 4. Residual quasigeoid dengan jarak spheris (a)  $0,1^\circ$ , (b)  $0,3^\circ$  dan (c)  $0,9^\circ$

Gambar 4. menunjukkan bahwa pola residual quasigeoid variasi jarak spheris relatif sama. Pola residual quasigeoid identik dengan pola residual gangguan gayaberat dimana sisi timur laut Pulau Bali lebih besar daripada wilayah sekitarnya. Residual quasigeoid di wilayah tersebut bernilai  $> 1$  m. Secara keseluruhan, residual quasigeoid di sebelah Utara lebih besar daripada di sebelah Selatan. Hal tersebut berkesesuaian dengan nilai residual gangguan gayaberat.

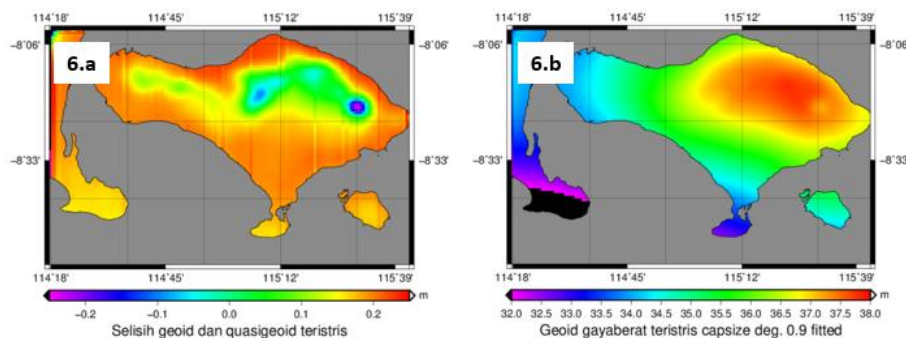


Gambar 5. (a) Anomali tinggi EGM2008 d. 360 dan (b) Quasigeoid dengan jarak spheris  $0,9^\circ$

Quasigeoid dihasilkan dari penjumlahan antara residual quasigeoid dengan anomali tinggi EGM2008 derajat 360. Quasigeoid memiliki pola yang identik dengan anomali tinggi model geopotensial global (Lyszkowicz

dkk., 2021). Hal tersebut mengindikasikan bahwa model geopotensial global sebagai komponen gelombang panjang memberikan kontribusi yang lebih besar terhadap geoid yang dihasilkan. Anomali tinggi EGM2008 pada derajat 360 di Pulau Bali memiliki pola berupa peningkatan anomali tinggi dari sisi barat daya ke timur laut. Pola quasigeoid dengan berbagai variasi jarak spheris identik dengan pola anomali tinggi tersebut namun memiliki magnitud yang berbeda.

Untuk memperoleh model geoid, quasigeoid dikoreksi dengan fungsi anomali gayaberat *Bouguer* titik gayaberat. Koreksi dilakukan dengan menggunakan data gangguan gayaberat teristris yang tersedia. Anomali gayaberat *Bouguer* memperhitungkan pengaruh koreksi topografi data tinggi seperti SRTM (Karcoll dkk., 2017; Zahorec dkk., 2021). Pola koreksi quasigeoid ditampilkan pada Gambar 6.a. Pola yang dihasilkan menunjukkan bahwa koreksi quasigeoid ke geoid di wilayah dengan kondisi topografi dataran tinggi relatif lebih kecil dibandingkan wilayah sekitarnya. Selain itu, pola yang dihasilkan merepresentasikan pengaruh koreksi topografi dari data SRTM15. Hal tersebut nampak dari nilai koreksi di sisi timur laut Pulau Bali, termasuk di titik yang terdapat kenampakan Gunung Agung, yang bernilai relatif rendah sebesar -0,2 m s.d. 0,1 m. Pola geoid dari semua jarak spheris relatif sama, yaitu identik dengan pola anomali tinggi EGM2008 derajat 360.



Gambar 6. (a) Koreksi quasigeoid ke geoid dan (b) Geoid dengan jarak spheris  $0,9^\circ$

Statistik menunjukkan bahwa dengan jarak spheris  $0,3^\circ$ , geoid memiliki kenampakan yang lebih detil yang ditunjukkan dari rentang nilai yang lebih besar yaitu antara 26,452 m s.d. 38,216 m. Nilai standar deviasi geoid dengan jarak spheris  $0,5^\circ$  paling kecil sebesar 2,180 m, sedangkan paling besar dihasilkan dari jarak spheris  $0,1^\circ$  sebesar 2,215 m.

Tabel 3. Statistik geoid setelah *fitting* (m)

Jarak spheris ( $\psi$ )	$0,1^\circ$	$0,3^\circ$	$0,5^\circ$	$0,7^\circ$	$0,9^\circ$	$1,1^\circ$	$1,3^\circ$
Minimum	26,154	26,452	26,543	26,455	26,342	26,291	26,358
Maksimum	37,504	38,216	37,799	37,821	37,792	37,808	37,805
Rerata	34,225	34,296	34,203	34,230	34,218	34,241	34,242
STD	2,215	2,190	2,180	2,182	2,196	2,196	2,189

Sebelum pengujian akurasi, geoid dikoreksi terhadap bias yang muncul karena berbagai faktor seperti perbedaan sistem tinggi, perbedaan permukaan air laut rerata di stasiun pasang surut, serta bias penghitungan data (Agren, 2004; Sánchez & Sideris, 2017). Komponen gelombang panjang menggunakan EGM2008, sedangkan transformasi tinggi ortometrik data gayaberat teristris dan DTU17 menggunakan EGM1996. Perbedaan undulasi keduanya sebesar 0,129 m. Selain itu, perbedaan permukaan air laut rerata di stasiun pasang surut laut Celukan Bawang dan Tanjung Bena sebesar 0,598 cm. Secara kumulatif, koreksi bias geoid sebesar  $\pm 1,633$  m.

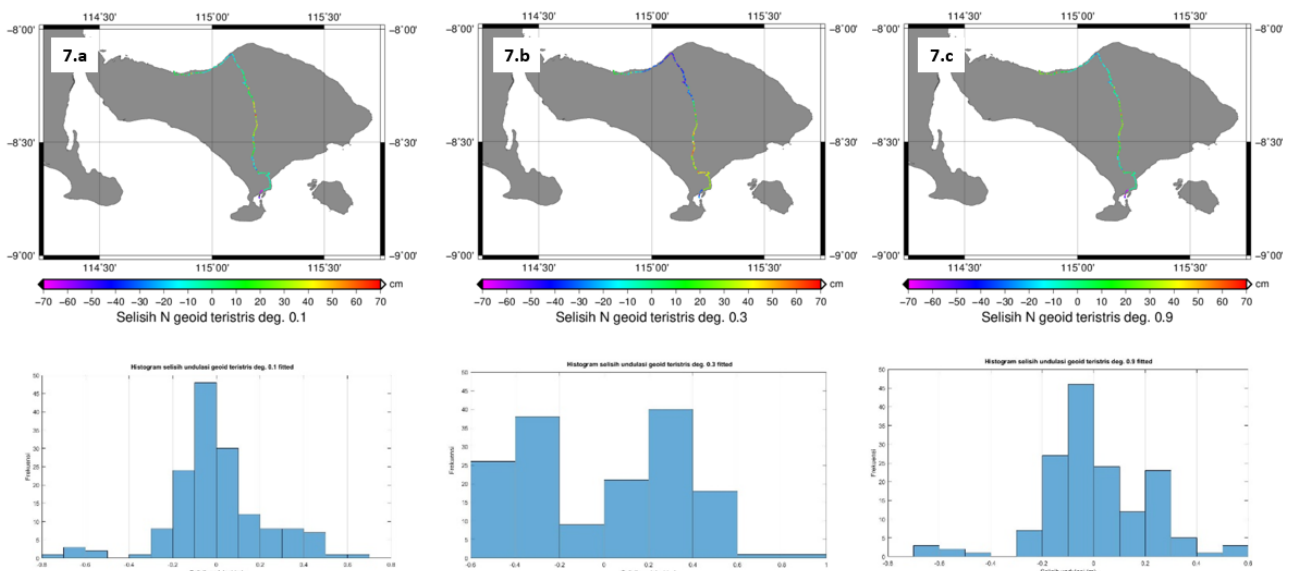
### 3. Akurasi Geoid

Akurasi geoid diperoleh dari perbandingan antara undulasi gravimetrik dan undulasi geometrik 154 titik validasi yang secara *co-site* diamati GNSS dan diukur sipat datar teliti. Pengamatan GNSS secara geodetik dilakukan selama 12 jam di titik sementara dan 36 jam di titik permanen dengan obstruksi  $< 15^\circ$ . Pengukuran sipat datar teliti terdiri atas sub seksi, seksi, dan slag. Pengukuran dilakukan secara BFFB (B: *Backward* dan F: *Forward*) dengan toleransi kesalahan penutup sebesar  $12 \text{ mm } \sqrt{D}$ . Hasil perbandingan undulasi ditampilkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil pengujian akurasi geoid setelah *fitting* (m)

Jarak spheris ( $\psi$ )	0,1°	0,3°	0,5°	0,7°	0,9°	1,1°	1,3°
Minimum	-0,709	-0,574	-0,495	-0,725	-0,691	-0,634	-0,624
Maksimum	0,695	0,825	0,621	0,624	0,566	0,599	0,595
Rerata	0,154	0,323	0,197	0,158	0,152	0,173	0,173
STD	0,219	0,354	0,236	0,217	0,209	0,221	0,219

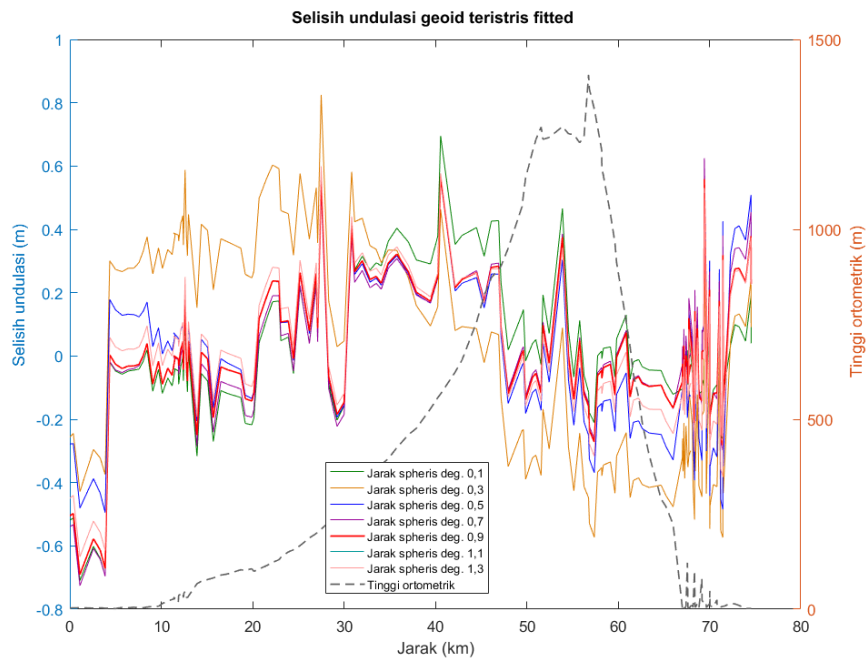
Tabel 4. menunjukkan bahwa geoid dengan jarak spheris 0,9° paling akurat karena memiliki standar deviasi yang paling kecil sebesar 0,209 m. Standar deviasi paling besar dihasilkan jarak spheris 0,3° yaitu 0,354 m. Nilai standar deviasi jarak spheris 0,9° yang lebih kecil dapat dipengaruhi oleh eliminasi kesalahan trunkasi yang optimal. Tóth dkk. (2002) menunjukkan nilai *root mean square* (rms) kesalahan trunkasi undulasi geoid dari model GPM98CR (Wenzel, 1998) pada derajat 720 menggunakan *Stokes* kernel mengalami penurunan dari jarak spheris 0° ke 180° dengan nilai antara 0 m s.d. 30 m. Kondisi tersebut mengindikasikan bahwa semakin besar jarak spheris maka berpotensi menghasilkan rms kesalahan trunkasi undulasi geoid yang semakin kecil. Meskipun demikian, penelitian lebih komprehensif diperlukan untuk menunjukkan hubungan antara interval titik gayaberat dengan jarak spheris formula *Hotine*.



Gambar 7. Selisih undulasi geoid dengan jarak spheris (a) 0,1°, (b) 0,3° dan (c) 0,9° beserta histogramnya

Gambar 7. menunjukkan bahwa selisih undulasi geoid dengan jarak spheris 0,1° dan 0,9° membentuk distribusi normal. Hal tersebut berarti model geoid hanya mengandung kesalahan random (Mikhail & Gracie, 1981). Grafik yang dihasilkan memenuhi kondisi  $-0,3 \text{ m} \leq \text{selisih undulasi geoid} \leq 0,3 \text{ m}$ . Meskipun demikian, terdapat TTG yang nilai selisih undulasi geoid tidak memenuhi kondisi tersebut. Hal ini menjadi indikasi bahwa di TTG tersebut terdapat kesalahan yang bersifat blunder atau sistematis yang dapat disebabkan karena kualitas data tinggi geometrik hasil pengamatan GNSS maupun tinggi ortometrik hasil pengukuran sipat datar teliti (Amjadiparvar dkk., 2013). Di sisi lain, selisih undulasi geoid dengan jarak spheris 0,3° tidak membentuk distribusi normal. Model geoid dengan jarak spheris 0,1°, 0,3° dan 0,9° menghasilkan pola selisih undulasi yang sistematis.





Gambar 8. Grafik selisih undulasi geoid teristris *fitted*

Gambar 8. menunjukkan nilai selisih undulasi di TTG yang dekat dengan stasiun pasang surut Tanjung Bena bernilai negatif (-) kemudian mengalami perubahan nilai ke arah positif (+) di dataran tinggi selanjutnya negatif (-) dan kembali positif (+) mendekati stasiun pasang surut Celukan Bawang. Variasi nilai tersebut dapat dipengaruhi oleh kondisi topografi wilayah atau kualitas undulasi geometrik TTG. Grafik dan pola selisih undulasi di TTG sangat signifikan menunjukkan bahwa diperlukan evaluasi untuk memastikan undulasi geometrik layak dan optimal digunakan pada uji akurasi model geoid.

## Kesimpulan

Pemodelan geoid menggunakan formula *Hotine* dengan variasi jarak spheris menunjukkan bahwa standar deviasi selisih undulasi geoid mengalami penurunan dari jarak spheris  $0,3^\circ$  menuju ke  $1,3^\circ$ . Nilai standar deviasi cenderung stabil (*flat*) pada jarak spheris  $0,7^\circ$  s.d.  $1,3^\circ$ . Nilai standar deviasi selisih undulasi yang paling kecil dihasilkan dari jarak spheris  $0,9^\circ$  sebesar 20,9 cm dan paling besar dihasilkan dari jarak spheris  $0,3^\circ$  sebesar 35,4 cm. Selisih undulasi geoid dari variasi jarak spheris sangat dipengaruhi optimalisasi eliminasi kesalahan trunkasi penghitungan residual quasigeoid. Selisih undulasi geoid pada jarak spheris  $0,1^\circ$  dan  $0,9^\circ$  membentuk distribusi normal yang berarti model geoid hanya mengandung kesalahan random sedangkan jarak spheris  $0,3^\circ$  tidak membentuk distribusi normal. Selain itu, distribusi selisih undulasi geoid cenderung membentuk pola nilai positif (+) dan negatif (-) yang sistematis. Nilai selisih undulasi geoid yang berada di dekat stasiun pasang surut Tanjung Bena bernilai negatif (-) kemudian positif (+) di wilayah dataran tinggi selanjutnya negatif (-) dan membentuk pola positif (+) mendekati stasiun pasang surut Celukan Bawang. Evaluasi yang lebih komprehensif diperlukan untuk memastikan kualitas undulasi geometrik TTG yang berfungsi untuk pengujian akurasi geoid. Penelitian lebih lanjut juga diperlukan untuk mengetahui pengaruh interval data gayaberat terhadap jarak spheris yang digunakan pada penghitungan residual quasigeoid.

## Ucapan Terimakasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada pihak Kementerian Ristekdikti/Badan Riset dan Inovasi Nasional atas dukungan pendanaan untuk melanjutkan pendidikan magister dan melakukan penelitian ini. Selain itu, Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Pusat Jaring Kontrol Geodesi dan Geodinamika, Badan Informasi Geospasial atas izin penggunaan data pada penelitian ini.

## Daftar Pustaka

- Ågren, J. (2004). The analytical continuation bias in geoid determination using potential coefficients and terrestrial gravity data. *Journal of Geodesy*, 78, 314–332. <https://doi.org/10.1007/s00190-004-0395-0>.
- Amjadiparvar, B., Rangelova, E. V., Sideris, M. G., & Véronneau, M. (2013). North American height datums and their offsets: The effect of GOCE omission errors and systematic levelling effects. *Journal of Applied Geodesy*, 7(1), 39–50. <https://doi.org/10.1515/jag-2012-0034>.
- Andersen, O. B., & Knudsen, P. (2020). The DTU17 global marine gravity field: First validation results. *International Association of Geodesy Symposia*, 150, 83–87. [https://doi.org/10.1007/1345\\_2019\\_65](https://doi.org/10.1007/1345_2019_65).
- Bayoud, F. A., & Sideris, M. G. (2003). Two different methodologies for geoid determination from ground and airborne gravity data. *Journal International of Geophysics*, 155(3), 914–922. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2003.02083.x>.
- Egea-Roca, D., Arizabaleta-Diez, M., Pany, T., Antreich, F., Lopez-Salcedo, J. A., Paonni, M., & Seco-Granados, G. (2022). GNSS User Technology: State-of-the-Art and Future Trends. *IEEE Access*, 10, 39939–39968. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3165594>.
- Featherstone, W. E., McCubbine, J. C., Brown, N. J., Claessens, S. J., Filmer, M. S., & Kirby, J. F. (2018). The first Australian gravimetric quasigeoid model with location-specific uncertainty estimates. *Journal of Geodesy*, 92(2), 149–168. <https://doi.org/10.1007/s00190-017-1053-7>.
- Forsberg, R., & Tscherning, C. (2008). An overview manual for the GRAVSOFIT geodetic gravity field modelling programs. In *DTU* (Nomor September).
- Francis, O. (2021). Performance assessment of the relative gravimeter Scintrex CG-6. *Journal of Geodesy*, 95(10), 116. <https://doi.org/10.1007/s00190-021-01572-y>.
- Godah, W., Krynski, J., & Szelachowska, M. (2018). The use of absolute gravity data for the validation of Global Geopotential Models and for improving quasigeoid heights determined from satellite-only Global Geopotential Models. *Journal of Applied Geophysics*, 152, 38–47. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2018.03.002>.
- Hartanto, P., & Chabibi, F. F. (2018). Uji Ketelitian Model Geospasial Global di Pulau Jawa dan Madura (The Evaluation of Global Geopotential Models in Java and Madura Island). *Seminar Nasional Geomatika*, 827–834.
- Heliani, L.S., Fukuda, Y., & Takemoto, S. (2004). Simulation of the Indonesian land gravity data using a digital terrain model data. *Earth, Planets and Space*, 56(1), 15–24. <https://doi.org/10.1186/BF03352487>.
- Heliani, Leni S. (2016). Evaluation of Global Geopotential Model and Its Application on Local Geoid Modelling of Java Island, Indonesia. *AIP Conference Proceedings: Advances of Science and Technology for Society*, 1755. <https://doi.org/10.1063/1.4958534>.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., & Wasle, E. (2008). *GNSS - Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo, and More*. Springer-Verlag.
- Hofmann-Wellenhof, B., & Moritz, H. (2006). *Physical Geodesy*. Springer, Vienna. <https://doi.org/10.1007/978-3-211-33545-1>.
- Işık, M. S., Erol, B., Erol, S., & Sakil, F. F. (2021). High-resolution geoid modeling using least squares modification of Stokes and Hotine formulas in Colorado. *Journal of Geodesy*, 95(5). <https://doi.org/10.1007/s00190-021-01501-z>.
- Jalal, S. J., Musa, T. A., Md Din, A. H., Wan Aris, W. A., Shen, W. Bin, & Pa'suya, M. F. (2019). Influencing factors on the accuracy of local geoid model. *Geodesy and Geodynamics*, 10(6), 439–445. <https://doi.org/10.1016/j.geog.2019.07.003>.
- Kaplan, E. D., & Hegarty, C. J. (2017). *Understanding GPS/GNSS: Principles and Applications* (Third Edit). Artech House.
- Karcol, R., Mikuška, J., & Marušiak, I. (2017). Normal Earth Gravity Field Versus Gravity Effect of Layered Ellipsoidal Model. In R. Pašteka, J. Mikuška, & B. Meurers (Ed.), *Understanding the Bouguer Anomaly* (hal. 63–77). Elsevier Inc. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-812913-5.00003-8>.
- Kiamehr, R. (2011). The new quasi-geoid model IRQG09 for Iran. *Journal of Applied Geophysics*, 73(1), 65–73. <https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2010.11.007>.
- Lin, M., & Li, X. (2022). Impacts of Using the Rigorous Topographic Gravity Modeling Method and Lateral Density Variation Model on Topographic Reductions and Geoid Modeling: A Case Study in Colorado, USA. In *Surveys in Geophysics* (Nomor 0123456789). Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/s10712-022-09708-1>.
- Lyszkowicz, A., Nastula, J., Zielinski, J. B., & Birylo, M. (2021). A New Model of Quasigeoid for the Baltic Sea Area. *Remote Sensing*, 13. <https://doi.org/10.3390/rs13132580>.
- Märdla, S., Ellmann, A., Ågren, J., & Sjöberg, L. E. (2018). Regional geoid computation by least squares modified Hotine's formula with additive corrections. *Journal of Geodesy*, 92(3), 253–270. <https://doi.org/10.1007/s00190-017-1061-7>.
- McCubbine, J. C., Amos, M. J., Tontini, F. C., Smith, E., Winefied, R., Stagpoole, V., & Featherstone, W. E. (2018). The New Zealand gravimetric quasigeoid model 2017 that incorporates nationwide airborne gravimetry. *Journal of Geodesy*, 92(8), 923–937. <https://doi.org/10.1007/s00190-017-1103-1>.

- Mikhail, E. M., & Gracie, G. (1981). *Analysis and Adjustment of Survey Measurements*. Van Nonstrand Reinhold.
- Pavlis, N. K., Holmes, S. A., Kenyon, S. C., & Factor, J. K. (2012). The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research*, *117*, 1–38. <https://doi.org/10.1029/2011JB008916>.
- Sakil, F. F., Erol, S., Ellmann, A., & Erol, B. (2021). Geoid modeling by the least squares modification of Hotine's and Stokes' formulae using non-gridded gravity data. *Computers and Geosciences*, *156*(August), 104909. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2021.104909>.
- Sánchez, L., & Sideris, M. G. (2017). Vertical datum unification for the International Height Reference System (IHR). *Geophysical Journal International*, *January 2018*, ggx025. <https://doi.org/10.1093/gji/ggx025>.
- Sarsito, D. A., Wijaya, D. D., Syahrullah, M., Radjawane, I. M., & Trihantoro, N. F. (2019). Variability of sea surface topography in coastal area (study case: Indonesia). *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, *339*(1). <https://doi.org/10.1088/1755-1315/339/1/012030>.
- Sideris, M. (2019). Geodetic World Height System Unification. *Handbook of Geomathematics*, 1–16. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-27793-1>.
- Sideris, M. G. (1994). Regional Geoid Determination. In P. Vaníček & N. T. Christou (Ed.), *Geoid and Its Geophysical Interpretations*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781003068068>.
- Sjöberg, L. E. (2005). A discussion on the approximations made in the practical implementation of the remove – compute – restore technique in regional geoid modelling. *Journal of Geodesy*, *78*, 645–653. <https://doi.org/10.1007/s00190-004-0430-1>.
- Sjöberg, Lars E. (2003). A general model for modifying Stokes' formula and its least-squares solution. *Journal of Geodesy*, *77*, 459–464. <https://doi.org/10.1007/s00190-003-0346-1>.
- Sneeuw, N. (2006). Physical Geodesy. In *Lecture Notes*. Universitat Stuttgart.
- Tenzer, R., Novák, P., Moore, P., Kuhn, M., & Vaníček, P. (2006). Explicit formula for the geoid-quasigeoid separation. *Studia Geophysica et Geodaetica*, *50*(4), 607–618. <https://doi.org/10.1007/s11200-006-0038-4>.
- Torge, W. (2001). *Geodesy*. Walter de Gruyter, Berlin.
- Tóth, G., Rózsa, S., & Ádám, J. (2002). Gravity field modelling by torsion balance data - a case study in Hungary. In József Ádám & K.-P. Schwarz (Ed.), *Vistas for Geodesy in the New Millennium* (hal. 193–198). Springer-Verlag. [https://doi.org/10.1007/978-3-662-04709-5\\_32](https://doi.org/10.1007/978-3-662-04709-5_32).
- Triarahmadhana, B., & Heliani, L. S. (2014). An Evaluation of the Use of SRTM Data to the Accuracy of Local Geoid Determination: A Case Study of Yogyakarta Region, Indonesia. *12th Biennial Conference of Pan Ocean Remote Sensing Conference (PORSEC 2014)*.
- Vu, D. T., Bruinsma, S., & Bonvalot, S. (2019). A high-resolution gravimetric quasigeoid model for Vietnam. *Earth, Planets and Space*, *71*(1). <https://doi.org/10.1186/s40623-019-1045-3>.
- Wenzel, G. (1998). Ultra high degree geopotential models GPM98A, B and C to degree 1800. *Joint meeting of the International Gravity Commission and International Geoid Commission*, 7–12.
- Wijaya, D. D., Muhammad, N. A., Prijatna, K., Sadarviana, V., Sarsito, D. A., Pahlevi, A., Variandy, E. D., & Putra, W. (2019). pyGABEUR-ITB: A Free Software for Adjustment of Relative Gravimeter Data. *Jurnal Geomatika*, *25*(2), 95–102.
- Zahorec, P., Papčo, J., Pašteka, R., Bielik, M., Bonvalot, S., Braitenberg, C., Ebbing, J., Gabriel, G., Gosar, A., Grand, A., Götze, H. J., Hetényi, G., Holzrichter, N., Kissling, E., Marti, U., Meurers, B., Mrlina, J., Nogová, E., Pastorutti, A., ... Varga, M. (2021). The first pan-Alpine surface-gravity database, a modern compilation that crosses frontiers. *Earth System Science Data*, *13*(5), 2165–2209. <https://doi.org/10.5194/essd-13-2165-2021>.
- Zhang, P., Li, Z., Bao, L., Zhang, P., Wang, Y., Wu, L., & Wang, Y. (2022). The Refined Gravity Field Models for Height System Unification in China. *Remote Sensing*, *14*(6). <https://doi.org/10.3390/rs14061437>.



This article is licensed under a [Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).