

Generalized Space Time Autoregressive Integrated Moving Average (GSTARIMA) dalam Peramalan Data Curah Hujan di Kota Makassar

Nurul Ilmi¹, Aswi Aswi^{1*}, dan Muhammad Kasim Aidid¹

¹Statistika, Universitas Negeri Makassar, Makassar, Indonesia
email: aswi@unm.ac.id

Received: 11 September 2022
Revised: 28 February 2023
Accepted: 7 March 2023

ABSTRAK Pemodelan data curah hujan dengan menggunakan data runtun waktu yang melibatkan unsur lokasi belum banyak dilakukan. Salah satu model yang melibatkan unsur waktu dan lokasi adalah *Space Time Autoregressive* (STAR). Pengembangan dari model STAR yang mengasumsikan bahwa setiap lokasi memiliki karakteristik yang heterogen adalah model *Generalized Space Time Autoregressive Integrated Moving Average* (GSTARIMA). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan model GSTARIMA terbaik dan melakukan peramalan data curah hujan di Kota Makassar berdasarkan model GSTARIMA terbaik. Model ini menggabungkan waktu dan ketergantungan geografis dengan parameter yang berbeda untuk setiap lokasi. Data yang digunakan adalah data curah hujan bulanan kota Makassar pada stasiun hujan Bawil IV/Panaikang, Biring Romang/Panakkukang dan Stamar Paotere dari Januari 2017 sampai September 2021. Pengidentifikasi orde *Autoregressive* (AR) dan *Moving Average* (MA) dilakukan melalui plot *Space Time Autocorrelation Function* (STACF) dan *Space Time Partial Autocorrelation Function* (STPACF). Orde spasial yang digunakan dalam penelitian ini adalah orde spasial 1 dengan matriks pembobot invers jarak dan normalisasi korelasi silang. Parameter diestimasi dengan menggunakan metode *Generalized Least Squares* (GLS). Model terbaik untuk memprediksi curah hujan di kota Makassar adalah model GSTARIMA (1,0,0) (1,1,0)¹² menggunakan matriks pembobot invers jarak dengan rata-rata *Root Mean Square Error* (RMSE) terkecil yaitu 132,9661

Kata kunci Curah Hujan, GSTARIMA, Invers Jarak, Korelasi Silang, GLS.

ABSTRACT Modeling of rainfall data using time series data involving location elements has not been widely carried out. One model that involves elements of time and location is *Space Time Autoregressive* (STAR). The development of the STAR model which assumes that each location has heterogeneous characteristics is the *Generalized Space Time Autoregressive Integrated Moving Average* (GSTARIMA) model. The purpose of this research is to get the best GSTARIMA model and forecast rainfall data in Makassar City based on the best GSTARIMA model. This model incorporates time and geographic dependencies with different parameters for each location. The data used is Makassar city's monthly rainfall data at the Bawil IV/Panaikang, Biring Romang/Panakkukang and Stamar Paotere rain stations from January 2017 to September 2021. *Autoregressive* (AR) and *Moving Average* (MA) orders were identified using the *Space Time Autocorrelation plot. Function* (STACF) and *Space Time Partial Autocorrelation Function* (STPACF). The spatial order used in this study is spatial order 1 with an inverse distance weighting matrix and normalized cross-correlation. Parameters were estimated using the *Generalized Least Squares* (GLS) method. The best model for predicting rainfall in the city of Makassar is the GSTARIMA (1,0,0) (1,1,0)¹² model using an inverse distance weighting matrix with the smallest average *Root Mean Square Error* (RMSE) of 132.9661.

Keywords Rainfall, GSTARIMA, Distance Inverse, Cross correlation, GLS.

I. PENDAHULUAN

Deret waktu dapat didefinisikan sebagai serangkaian pengamatan yang dilakukan secara berurutan atau terus menerus dalam interval waktu yang sama [1]. Pemodelan dan peramalan data deret waktu (*time series*) banyak dilakukan di berbagai bidang, salah satunya adalah bidang meteorologi. Pengembangan deret waktu yang multivariat, selain mempertimbangkan faktor waktu, juga terkait dengan faktor lokasi. Model yang melibatkan unsur waktu dan lokasi adalah *Space Time Autoregressive* (STAR). Model STAR mengasumsikan bahwa setiap lokasi memiliki karakteristik yang sama (homogen). Jika lokasi memiliki karakteristik yang heterogen, model STAR tidak direkomendasikan [2].

Salah satu model pengembangan dari metode STAR adalah model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR). Efek waktu yang ada dalam model GSTAR diekspresikan oleh parameter *autoregressive*, dan untuk efek spasial

dinyatakan dengan bobot lokasi yang menunjukkan besarnya hubungan antar lokasi. *Generalized Space Time Autoregressive Integrated Moving Average* (GSTARIMA) adalah bentuk umum dari model GSTAR yang mengandung unsur *Moving Average* dan *Integrated* bagi data yang tidak stasioner.

Hujan adalah pengendapan air berbentuk cair ataupun padat yang berasal dari atmosfer. Kota Makassar adalah salah satu wilayah sekaligus ibukota Provinsi Sulawesi Selatan. Secara astronomis, Kota Makassar terletak antara 119°24'17"38" BT dan 5°8'6"19" LS dengan luas wilayah tercatat 175,77 kilometer persegi dari 15 kecamatan. Kota Makassar merupakan kota yang terletak di dekat pantai, sehingga sering dikenal dengan sebutan "*Waterfront City*". Berdasarkan cuaca dan curah hujan, Kota Makassar merupakan daerah dengan iklim sedang sampai tropis.

Perkiraan cuaca saat ini telah menjadi kebutuhan bagi banyak orang di seluruh dunia. Untuk meramalkan curah hujan, pengolahan data meteorologi sangatlah penting. Namun, masalahnya adalah bahwa data cuaca meningkat dari hari ke hari, menyebabkan akumulasi data sehingga pemrosesan data membutuhkan lebih banyak operasi [3]. Untuk mencegah kemungkinan masalah yang ditimbulkan akibat dari curah hujan yang ekstrim maka perlu adanya strategi kebijakan dari pemerintah, terutama pemerintah Kota Makassar. Selain itu juga, diperlukan suatu metode yang tepat untuk menangani masalah tersebut.

Model analisis ruang dan waktu telah diterapkan dalam berbagai penelitian antara lain pemodelan luas panen padi menggunakan GSTARIMA pada enam provinsi di Indonesia [4]. Mereka menyimpulkan bahwa model GSTARIMA dengan pembobot korelasi silang memberi hasil ramalan yang relatif lebih baik dibanding pembobot invers jarak baik pada masing-masing lokasi maupun secara total. Penelitian mengenai inflasi Kota Surabaya, Malang dan Kediri juga telah dilakukan dengan menggunakan GSTARIMA [5]. Pembobot mengindikasikan adanya pengaruh interaksi spasial/lokasi. Penentuan pembobot lokasi yang tepat sangat bergantung pada fenomena yang dimodelkan. Pada umumnya, faktor lokasi belum disertakan dalam penelitian curah hujan dengan menggunakan data runtun waktu. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan model GSTARIMA terbaik dan melakukan peramalan data curah hujan di Kota Makassar berdasarkan model GSTARIMA terbaik. Penentuan model terbaik didasarkan pada nilai rata-rata *Root Mean Square Error* (RMSE) terkecil.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Analisis Deret Waktu

Deret waktu didefinisikan sebagai serangkaian pengamatan yang dilakukan secara berurutan dari waktu ke waktu. Analisis deret waktu adalah metode analisis data yang digunakan untuk membuat perkiraan tentang masa yang akan datang yang bertujuan untuk: deskripsi (*description*), pemodelan (*modelling*), prediksi (*prediction*), dan ekstraksi sinyal (*signal extraction*) [6]. Analisis deret waktu adalah prosedur statistik yang diterapkan untuk memprediksi struktur probabilitas kondisi yang akan terjadi di masa depan untuk pengambilan keputusan [7].

B. Model Space Time

Terkadang data yang diperoleh dari suatu pengamatan tidak hanya dipengaruhi oleh waktu sebelumnya tetapi juga data dapat dipengaruhi oleh lokasi. Kondisi data deret waktu yang dipengaruhi oleh lokasi disebut sebagai data ruang waktu (*space time*). *Space time* adalah model yang menggabungkan unsur keterkaitan waktu dan geografis dalam rangkaian data temporal dan geografis [8]. Model data ruang dan waktu ini adalah perluasan dari proses spasial menjadi proses stokastik yang berkorelasi dalam spasial dan waktu.

C. Analisis Korelasi Antar Variabel

Analisis korelasi bertujuan untuk mengetahui keeratan hubungan antar dua variabel atau lebih. Kuat atau lemahnya dua variabel atau lebih dilihat dari koefisien korelasinya [9]. Penerapan koefisien korelasi antar variabel

yang memiliki skala pengukuran interval menggunakan korelasi *product moment* yang dikembangkan oleh Karl Pearson. Korelasi *Pearson Product Moment* dilambangkan r , dengan ketentuan $-1 \leq r \leq 1$. Untuk $r = -1$ artinya korelasi negatif sempurna, $r = 0$ tidak terdapat korelasi, dan untuk $r = 1$ artinya korelasi positif sempurna. Tanda positif (+) menunjukkan adanya peningkatan variabel Z_i menyebabkan peningkatan variabel Z_j dan sebaliknya. Tanda (-) menunjukkan adanya penurunan variabel Z_i menyebabkan penurunan variabel Z_j . Perhitungan nilai korelasi *Pearson Product Moment* dapat dituliskan sebagai berikut:

$$r_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^n (Z_i(t) - \bar{Z}_i) - (Z_j(t) - \bar{Z}_j)}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (Z_i(t) - \bar{Z}_i)^2 (Z_j(t) - \bar{Z}_j)^2}} \tag{1}$$

dengan,

r_{ij} : korelasi antara variabel ke- i dan ke- j

$Z_i(t)$: nilai variabel pada lokasi i pada saat- t

$Z_j(t)$: nilai variabel pada lokasi j pada saat- t

\bar{Z}_i : rata-rata variabel $Z_i(t)$

\bar{Z}_j : rata-rata variabel $Z_j(t)$

n : banyaknya data yang diamati

D. Kestasioneran Deret Waktu

Kestasioneran data deret waktu merupakan asumsi mendasar pada analisis deret waktu. Suatu data dikatakan stasioner jika nilai mean dan variansi deret tersebut tidak terpengaruh oleh perubahan waktu pengamatan [10]. Dengan kata lain, data deret waktu relatif konstan dan berfluktuasi di sekitar rata-rata. Untuk mengetahui kestasioneran dari suatu data deret waktu dalam rata-rata dapat dilakukan secara visual melalui plot antara data observasi dengan periode waktu. Jika pola data berfluktuasi pada garis lurus suatu nilai dan lebarnya relatif sama maka bisa dikatakan data sudah stasioner. Pengecekan kestasioneran data dalam rata-rata dapat juga dilakukan dengan menggunakan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) sebagai berikut.

Hipotesis:

$H_0: \gamma = 0$ (data tidak stasioner)

$H_1: \gamma \neq 0$ (data stasioner)

Statistik Uji:

$$t_{hit} = \left| \frac{\hat{\gamma}}{SE(\hat{\gamma})} \right| \tag{2}$$

Daerah kritis:

$$\text{Tolak } H_0 \text{ | } t_{hit} \text{ | } > t_{\left(\frac{\alpha}{2}; df=n-n_p\right)}$$

dengan:

$\hat{\gamma}$: Nilai taksiran dari parameter γ

$SE(\hat{\gamma})$: Standar *error* dari nilai taksiran $\hat{\gamma}$

n : Banyaknya pengamatan

n_p : Jumlah parameter

Apabila menggunakan nilai p-value, jika $p\text{-value} \geq \alpha$ berarti hipotesis nol diterima yang mengindikasikan bahwa data belum stasioner. Sedangkan, jika $p\text{-value} < \alpha$, berarti hipotesis nol ditolak yang mengindikasikan bahwa data sudah stasioner [11].

E. Model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) adalah salah satu pola data deret waktu yang terkenal. ARIMA juga biasa disebut sebagai metode time series Box-Jenkins, yang dikembangkan oleh George E. P. Box dan Gwilym M. Jenkins (1976) [12]. ARIMA memiliki keunggulan akurasi untuk peramalan jangka pendek, sedangkan untuk peramalan jangka panjang akurasi peramalannya kurang baik [13].

Model ARIMA Box-Jenkins terdiri dari tiga unsur, yaitu: *Autoregressive* (AR), *Integrated* (I), *Moving Average* (MA). Model ini mampu untuk mengakomodir data yang tidak stasioner. ARIMA merupakan penggabungan antara model AR berorde-p dan model MA berorde-q yang mengalami *differencing* orde ke-d. Secara umum model ARIMA (p, d, q) adalah sebagai berikut [14]:

$$\phi_p(B)(1 - B)^d Z_t = \theta_q(B)e_t \tag{3}$$

dengan:

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \text{ unsur AR non musiman}$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q : \text{ unsur MA non musiman}$$

dimana:

p: orde dari AR;

q: orde MA;

d: orde *differencing*

Z_t : besarnya pengamatan (kejadian) pada waktu ke-t

B: operator *backward shift*

$(1 - B)^d$: unsur *differencing*

e_t : suatu proses *white noise* atau galat pada waktu ke-t dan diasumsikan mempunyai rata-rata 0 dan varians konstan σ^2 .

F. ARIMA Musiman (Seasonal ARIMA)

Salah satu model untuk merepresentasikan data deret waktu yang memiliki pola musiman (*seasonal*) dikenal dengan model *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (SARIMA). Data runtun waktu terkadang menunjukkan adanya pola periodisasi yang kuat. Hal ini dapat saja terjadi pada interval tertentu seperti bulanan, mingguan dan lain-lain [15]. Model SARIMA menggabungkan faktor non musiman dan musiman dalam model multiplikatif. Komponen musiman pada SARIMA dinotasikan oleh (P, D, Q)^s dengan s menyatakan lag musiman. Model SARIMA orde (p, d, q) (P, D, Q)^s dengan lag musiman s adalah:

$$\Phi_p(B^s)\phi_p(B)(1 - B)^d(1 - B^s)^D Z_t = \theta_q(B)\theta_q(B^s) e_t \tag{4}$$

$\Phi_p(B^s)$: unsur AR musiman

$(1 - B^s)^D$: unsur *differencing* musiman

$\theta_q(B^s)$: unsur MA musiman

G. Model Generalized Space Time Autoregressive Integrated Moving Average (GSTARIMA)

Model ruang-waktu adalah model yang menggabungkan dependensi waktu dan geografis ke dalam deret waktu multivariabel. Model ini merupakan model dari sejumlah pengamatan Z_{it} yang ditemukan pada setiap lokasi N dalam suatu ruang ($i = 1, 2, \dots, n$) dalam waktu t [16]. Perbedaan dari STARIMA dan GSTARIMA terletak pada pengasumsian

parameternya dimana STARIMA parameternya diasumsikan homogen antar lokasi sedangkan GSTARIMA diasumsikan heterogen. Berbeda dengan model STAR, model GSTAR memungkinkan nilai-nilai parameter *autoregressive* bervariasi untuk setiap lokasi. Pada model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR), keterikatan spasial dinyatakan oleh matriks pembobot [17]. GSTAR dalam notasi matriks dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^p \left[\Phi_{k0} + \sum_{l=1}^{\lambda_k} \Phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)} \right] \mathbf{Z}(t - k) + e(t) \tag{5}$$

Keterangan:

$\mathbf{Z}(t)$: vektor amatan berukuran $N \times 1$ pada waktu ke- t

Φ_{k0} : matriks parameter waktu

Φ_{kl} : parameter spasial

dimana

$\Phi_{k0} = \text{diag}(\phi_{k0}^1, \dots, \phi_{k0}^n)$ dan

$\Phi_{kl} = \text{diag}(\phi_{kl}^1, \dots, \phi_{kl}^n)$, matriks diagonal parameter *autoregressive* lag waktu ke- k dan parameter *space time* lag spasial ke- l ; $\mathbf{W}^{(l)}$ adalah matriks pembobot sehingga bobot-bobot dipilih untuk memenuhi $w_{ij}^{(l)} = 0$ dan $\sum_{j=1}^n w_{ij}^{(l)} = 1$; $e(t)$ adalah ukuran vektor *white noise*, dan $\mathbf{Z}(t)$ adalah vektor acak pada waktu t . Model GSTAR(1₁) dapat ditulis seperti pada persamaan berikut:

$$\mathbf{Z}(t) = \Phi_{10} \mathbf{Z}(t - 1) + \Phi_{11} \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{Z}(t - 1) + e(t) \tag{6}$$

Jika model *seasonal* GSTAR dengan orde musiman 1, periode musiman 12 ($s=12$), dan orde spasial 1 maka model GSTAR musiman yang terbentuk dari persamaan diatas adalah:

$$\mathbf{Z}(t) = \left[\Phi_{10}^{(12)} \mathbf{Z}(t - s) + \Phi_{11}^{(12)} \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{Z}(t - 12) \right] + e(t) \tag{7}$$

Model GSTARIMA pada dasarnya sama dengan model STARIMA, hanya saja pada GSTARIMA nilai parameter pada lag spasial yang sama antar lokasi adalah berlainan. Model GSTARIMA (p, d, q) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^p \sum_{l=0}^{\lambda_k} \Phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)} (1 - B)^d \mathbf{Z}(t - k) - \sum_{k=1}^q \sum_{l=0}^{m_k} \Theta_{kl} \mathbf{W}^{(l)} e(t - k) + e(t) \tag{8}$$

dengan,

$\mathbf{Z}(t)$: vektor amatan waktu ke- t yang berukuran ($N \times 1$)

p : orde AR

q : orde MA

λ_k : orde spasial pada AR ke- k

m_k : orde spasial pada MA ke- k

$(1 - B)^d$: *differencing* orde d

N : banyak lokasi yang diamati

Φ_{kl} : matriks diagonal parameter vektor AR pada lag waktu ke- k dan lag spasial ke- l yang berukuran ($N \times N$); $\text{diag}(\phi_{kl}^{(1)}, \phi_{kl}^{(2)}, \dots, \phi_{kl}^{(N)})$

Θ_{kl} : matriks diagonal parameter vektor MA pada lag waktu ke- k dan lag spasial ke- l yang berukuran ($N \times N$); $\text{diag}(\theta_{kl}^{(1)}, \theta_{kl}^{(2)}, \dots, \theta_{kl}^{(N)})$

$\mathbf{W}^{(l)}$: matriks pembobot spasial dengan ukuran ($N \times N$) pada lag spasial ke- l dengan $\mathbf{W}^{(0)}$ merupakan matriks identitas berukuran ($N \times N$)

$e(t)$: vektor residual memenuhi asumsi identik, independen, dan berdistribusi normal multivariat

Model ruang waktu pertama kali dikembangkan oleh Pfeifer dan Deutsch (1979) [18] yaitu *Space-Time Autoregressive Integrated Moving Average* (STARIMA). Jika $d = 0$ maka menjadi model GSTARMA(p, q). Model GSTARMA yang tidak

memiliki karakteristik *autoregressive* dapat dimodelkan dengan model GSTMA(q). Sedangkan model GSTARMA yang tidak memiliki karakteristik *moving average* dapat dimodelkan dengan model GSTAR(p). Apabila dituliskan dalam bentuk matriks, model GSTAR(1₁) dengan tiga lokasi pengamatan adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ Z_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{10}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{10}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{10}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{11}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_{11}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_{11}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & 0 & W_{22} \\ W_{31} & W_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1(t-1) \\ Z_2(t-1) \\ Z_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{bmatrix}$$

H. Identifikasi Model GSTARIMA

Penentuan model *space-time* dapat diidentifikasi melalui *space time autocorrelation function* (STACF) dan *space time partial autocorrelation function* (STPACF). STACF adalah sebuah fungsi yang mewakili kovarians antara titik-titik yang memiliki lag dalam waktu dan ruang. Perhitungan nilai STACF menggunakan STACF dengan spasial lag $l = 0, 1, \dots, \lambda, k = 0$, dan *time lag* $s = 1, 2, \dots, S$ yaitu sebagai berikut [18]:

$$\hat{\rho}_{l0}(s) = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^{T-s} L^{(l)} z_i(t) L^{(0)} z_i(t+s)}{[\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (L^{(l)} z_i(t))^2 \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (L^{(0)} z_i(t))^2]^{1/2}} \tag{9}$$

Definisi STPACF diperoleh dari bentuk model STAR dengan melakukan pengalihan kedua sisi dari model umum STAR. Karakteristik STPACF model GSTAR (1₁) terputus (*cut off*) pada selang waktu $s = 1$ dan spasial lag $l = 1$. Untuk memperoleh nilai STPACF dapat menggunakan persamaan sebagai berikut [18]:

$$\hat{\gamma}_{h0}(s) = \sum_{j=1}^k \sum_{l=0}^{\lambda} \hat{\phi}_{jl} \hat{\gamma}_{hl}(s-j) \tag{10}$$

I. Matriks Pembobot Spasial

Matriks pembobot spasial adalah matriks yang menggambarkan seberapa dekat suatu tempat dengan tempat lain berdasarkan informasi kedekatan dan jarak. Dalam konsep kedekatan, unit-unit spasial yang berdekatan harus memiliki tingkat ketergantungan spasial dan kesamaan yang tinggi jika dipertimbangkan berdasarkan pengaruh heterogenitas spasial.

J. Invers Jarak

Nilai bobot dari invers jarak diperoleh berdasarkan perhitungan jarak sebenarnya antar lokasi. Perhitungannya dapat menggunakan jarak dalam koordinat lintang dan bujur antara pusat-pusat lokasi yang diamati. andaikan u dan v mewakili koordinat lintang dan bujur lokasi, dan d_{ij} mewakili jarak dari lokasi ke- i ke lokasi ke- j :

$$d_{ij} = \sqrt{(x(u_i) - x(u_j))^2 + (x(v_i) - x(v_j))^2} \tag{11}$$

Setelah d_{ij} didapatkan, langkah selanjutnya yaitu menghitung bobot invers jarak masing-masing lokasi. Bobot dapat dihitung dengan menstandarkan matriks D dalam bentuk w_{ij} yang dinyatakan dalam persamaan [19]:

$$w_{ij} = \frac{\frac{1}{d_{ij}}}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{d_{ij}}}, \quad i \neq j \tag{12}$$

dengan,

w_{ij} : bobot invers jarak dari lokasi i ke lokasi j

d_{ij} : jarak sebenarnya dari lokasi ke- i ke lokasi ke- j

K. Korelasi Silang

Pembobot korelasi silang dikenalkan oleh Suhartono dan Subanar (2006) [20], dimana secara umum korelasi silang antara lokasi ke- i dan ke- j dengan lag waktu ke- k dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\rho_{ij}(k) = \frac{\gamma_{ij}(k)}{\sigma_i \sigma_j} \tag{13}$$

dimana (k) merupakan kovarians silang antara pengamatan pada lokasi ke- i dan ke- j pada lag waktu k . σ_i dan σ_j merupakan simpangan baku dari pengamatan lokasi ke- i dan ke- j . Penduga korelasi silang adalah sebagai berikut [20].

$$r_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^n [Z_i(t) - \bar{Z}_i][Z_j(t-k) - \bar{Z}_j]}{(\sum_{t=1}^n [Z_i(t) - \bar{Z}_i]^2)(\sum_{t=1}^n [Z_j(t) - \bar{Z}_j]^2)} \tag{14}$$

Untuk penentuan pembobot korelasi silang antar lokasi diperoleh sebagai berikut:

$$w_{ij} = \frac{r_{ij}(k)}{\sum_{i \neq j} |r_{ij}(k)|} \tag{15}$$

dan memenuhi $\sum_{i \neq j} |w_{ij}| = 1$. Pembobot korelasi silang ini tidak memerlukan aturan tertentu, seperti ketergantungan jarak dari lokasi.

L. Pendugaan Parameter

Mendiskusikan model GSTARIMA tidak terlepas dari mendiskusikan pula estimasi parameter model yang diperlukan untuk mengetahui karakteristik populasinya. Secara umum, estimasi parameter model GSTARIMA masih terbatas menggunakan metode Ordinary Least Square (OLS). Namun dalam penelitian ini, metode estimasi parameter yang digunakan yaitu *Generalized Least Squares* (GLS). Metode GLS dipergunakan untuk mengatasi asumsi klasik dalam model regresi yang tidak dapat dipenuhi. Asumsi yang tidak dapat dipenuhi adalah adanya autokorelasi pada *error*. Salah satu penggunaan metode GLS dilakukan oleh Kurnia et al.(2015) [21] yang menerapkan metode GLS untuk estimasi parameter pada model GSTARX. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa estimasi parameter model menggunakan metode GLS lebih efisien dan memiliki nilai *error* yang lebih kecil. Metode OLS untuk estimasi parameter model kurang sesuai apabila digunakan pada model dengan respon multivariat dan sesatan yang saling berkorelasi.

M. Pengujian Asumsi dan Kelayakan Model

Sebelum melakukan peramalan, perlu dilakukan pengecekan kelayakan model yang diperoleh. Pengujian kelayakan dilakukan, yaitu untuk memverifikasi hipotesis *white noise* untuk residual atau dengan kata lain residual yang tidak berkorelasi. Statistik uji yang digunakan adalah uji Ljung-Box. Hipotesis yang diuji adalah sebagai berikut:

H₀: Sisaan tidak berkorelasi / saling bebas

H₁: Sisaan berkorelasi

Rumus statistik Uji Ljung-Box [22]:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \left(\frac{\hat{r}_k^2}{n-k} \right) \tag{16}$$

Selain pengecekan independensi residual menggunakan uji Ljung-Box, pada tahap ini juga dilakukan pengecekan normalitas data. Uji hipotesis ini dimaksudkan untuk mengetahui apakah data memenuhi asumsi normalitas. Salah satu cara untuk menguji asumsi normalisasi ini adalah dengan menguji jarak Mahalanobis. Jarak Mahalanobis adalah salah metode yang digunakan untuk menghitung jarak pada data multivariat. Pada dasarnya metode ini melakukan perhitungan jarak dengan mengukur setiap benda dengan ukuran yang sama dengan pusat himpunan benda. Perhitungan jarak Mahalanobis dinyatakan dalam bentuk matriks dan vektor dan dapat dihitung menggunakan persamaan umum berikut:

$$D^2 = (x_i - me)C^{-1}(x_i - me)^T \tag{17}$$

N. Evaluasi Model

Model dapat dikatakan baik jika hasil prediksi mendekati hasil yang sebenarnya. Alternatif untuk pemilihan model berbasis nilai kesalahan dapat diimplementasikan dengan perhitungan RMSE untuk setiap model. Pada tahap validasi, dipilih model terbaik berdasarkan perhitungan nilai RMSE. Nilai RMSE digunakan untuk mendapatkan

gambaran keseluruhan dari standar deviasi yang muncul ketika menunjukkan perbedaan antar model. Langkah validasi dilakukan pada kriteria pengujian, semakin rendah nilai RMSE semakin baik model yang digunakan. RMSE dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{t=1}^M (Z(t) - \hat{Z}(t))^2} \quad (18)$$

dengan:

M = banyaknya data ramalan yang dilakukan

$Z(t)$ = data yang sebenarnya pada waktu ke- t .

$\hat{Z}(t)$ = data hasil ramalan pada waktu ke- t .

O. Curah Hujan

Hujan merupakan proses kondensasi uap air di atmosfer menjadi titik-titik air yang cukup berat untuk jatuh dan sering mencapai permukaan. Curah hujan adalah jumlah air hujan yang jatuh di permukaan tanah dalam jangka waktu tertentu yang diukur dalam satuan elevasi di atas permukaan horizontal jika tidak dihilangkan melalui proses evaporasi, drainase, dan infiltrasi. Satuan yang digunakan adalah milimeter [23]. Menurut interpretasi lain, curah hujan juga dapat dipahami sebagai ketinggian air hujan yang diendapkan di tempat yang datar, tanpa menguap, meresap, atau mengalir. Curah hujan 1 milimeter (mm) adalah luas satu meter persegi di tanah datar yang dapat menampung hingga satu liter air.

Satu hari hujan adalah periode 24 jam dimana curah hujan terakumulasi 0,5 mm atau lebih. Curah hujan dinyatakan nol jika kurang dari 0,5 mm. Menurut Badan Meteorologi, Klimatologi dan Geofisika (BMKG), curah hujan dibagi menjadi empat kelompok, yaitu:

1. Curah hujan rendah: 0-20 mm, 21-50 mm, 51-100 mm
2. Curah hujan menengah: 101-150 mm, 151-200 mm, 201-300 mm
3. Curah hujan tinggi: 301-400 mm
4. Curah hujan sangat tinggi: 401-500 mm >500 mm.

II. METODOLOGI PENELITIAN

A. Sumber Data

Jenis data yang digunakan pada penelitian ini ialah data sekunder yang diperoleh dari BMKG Stasiun Iklim Kelas I Maros. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data curah hujan bulanan kota Makassar yang diperoleh dari 3 stasiun penakar hujan di Kota Makassar yaitu, stasiun Bawil IV/Panaikang, stasiun Biring Romang/Panakkukang, dan stasiun Stamar Paotere.

B. Langkah Analisis

Tahapan analisis yang digunakan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Eksplorasi data
2. Membagi data menjadi data *training* untuk pembentukan model dan data *testing* untuk validasi model.
3. Memeriksa kestasioneran data
4. Membentuk model GSTARIMA
 - a. Penentuan model GSTARIMA melalui plot STACF dan plot STPACF.
 - b. Menghitung matriks pembobot invers jarak dan melakukan pemodelan GSTARIMA
 - c. Menghitung matriks pembobot korelasi silang.

- d. Pendugaan parameter model GSTARIMA setiap stasiun curah hujan menggunakan metode GLS.
5. Uji diagnostik/validasi model

Melakukan uji asumsi terhadap sisaan dari model GSTARIMA yakni asumsi *white noise* menggunakan uji Ljung-Box dan uji multivariat normal menggunakan *Mahalanobis Distance*.
6. Evaluasi model

Melakukan validasi model untuk penentuan model terbaik dengan menggunakan RMSE terkecil dari model GSTARIMA.
7. Melakukan Peramalan

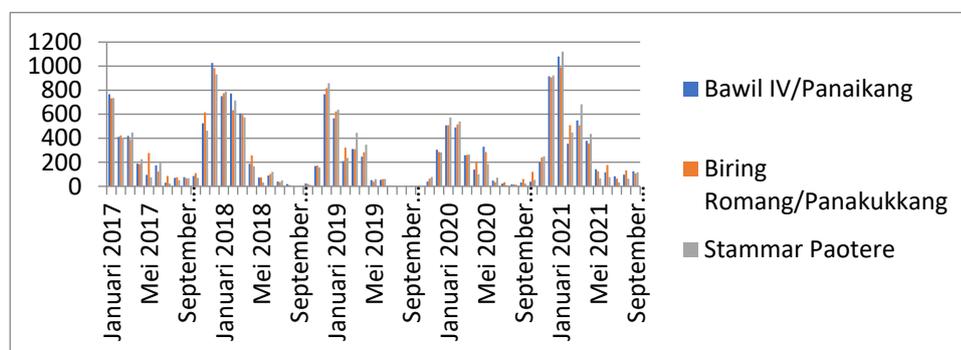
Peramalan dilakukan berdasarkan dengan model GSTARIMA terbaik.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

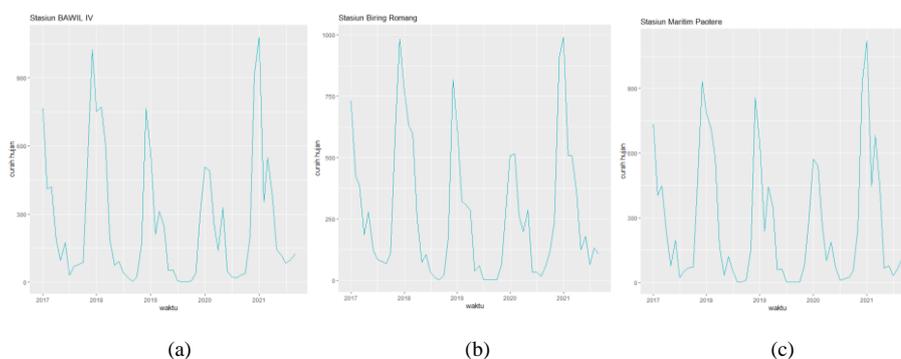
1) Eksplorasi dan Deskripsi Data Curah Hujan Kota Makassar

Secara umum Kota Makassar beriklim panas dan tropis dengan perbedaan musim hujan (November-Mei) dan musim kemarau (Juni-Oktober) serta dicirikan oleh kelembaban yang tinggi dan suhu rata-rata sekitar 27,8°C. Adapun jumlah curah hujan bulanan yang terjadi di masing-masing stasiun curah hujan selama periode waktu Januari 2017 sampai dengan September 2021 dapat dilihat pada Gambar 1 di bawah ini.



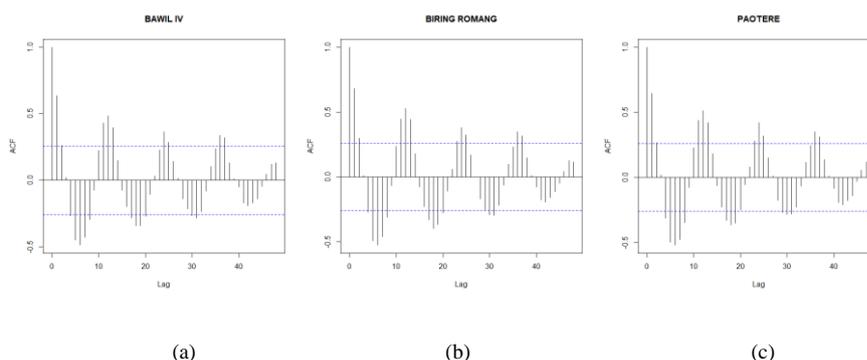
Gambar 1 Data Curah Hujan Kota Makassar

Pada Gambar 1, diketahui bahwa intensitas curah hujan tertinggi mulai dari periode waktu Januari 2017 hingga September 2021 terjadi pada kisaran bulan Januari sampai April di tahun 2017, November 2017 hingga April 2018, November 2018 hingga April 2019, November 2019 hingga Mei 2020, dan Desember 2020 hingga April 2021. Sedangkan untuk curah hujan terendah terjadi pada kisaran bulan Juli sampai September 2017 dan 2020, Juli sampai Oktober 2018 dan 2019, Juli sampai Agustus 2021. Sementara itu, untuk *plot* dari data curah hujan di masing-masing stasiun dapat dilihat pada Gambar 2 dimana berdasarkan *plot* tersebut diperoleh gambaran bahwa terdapat pola musiman dari data ketiga stasiun yakni adanya pola yang berulang (periodik) pada bulan-bulan tertentu yang sama di setiap tahun selang waktu pengamatan.

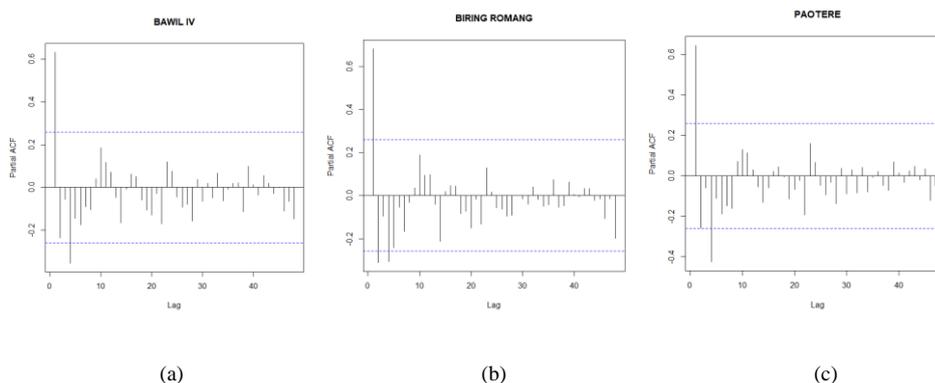


Gambar 2 Plot Data Curah Hujan Masing-masing Stasiun

Selain berdasarkan dari *plot* yang disajikan dalam Gambar 2, untuk melihat adanya indikasi musiman dalam data yang digunakan juga dapat dilihat melalui plot *Autocorrelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF) yang disajikan dalam Gambar 3 dan 4.



Gambar 3 ACF setiap Stasiun Curah Hujan



Gambar 4 ACF setiap Stasiun Curah Hujan

2) Korelasi Pearson

Nilai korelasi antar variabel menunjukkan besarnya pengaruh variabel satu dengan variabel lainnya pada suatu waktu, dimana nilai korelasi tersebut berguna untuk mengetahui keterkaitan antar variabel. Adapun hasil perhitungan dengan menggunakan bantuan *software* R studio, nilai korelasi *pearson* antar curah hujan pada ketiga stasiun ditampilkan pada Tabel 1.

Tabel 1 Nilai Korelasi Curah Hujan setiap Stasiun

	Stasiun Bawil IV/Panaikang	Stasiun Biring Romang/Panakukkang	Stasiun Maritim Potere
Stasiun Bawil IV/Panaikang	1	0,983	0,985
Stasiun Biring Romang/Panakukkang	0,983	1	0,975
Stasiun Maritim Potere	0,985	0,975	1

Tabel 1 menunjukkan bahwa nilai korelasi antar curah hujan di setiap stasiun sangat tinggi, hal ini karena korelasi antar ketiganya masih diatas 0,6. Nilai korelasi terbesar terjadi di antara stasiun Bawil IV/Panaikang dengan Stasiun Maritim Paotere yaitu sebesar 0,985, dimana hal tersebut menandakan bahwa curah hujan di antara stasiun-stasiun tersebut memiliki korelasi yang tinggi.

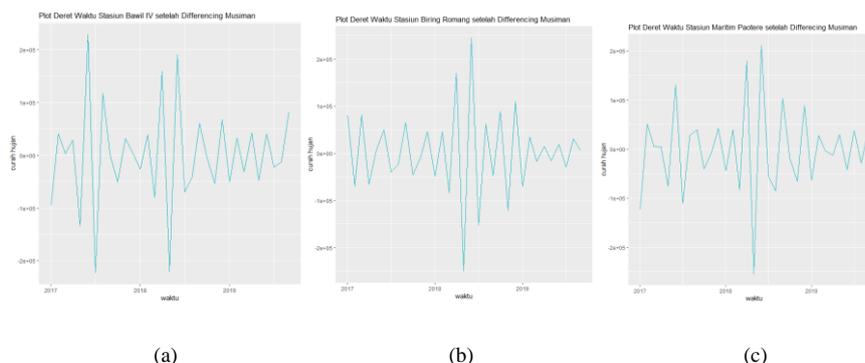
3) Uji Kestasioneran Data

Karena pada *plot* data terdapat indikasi adanya pola musiman maka kestasioneran data perlu diperiksa terhadap komponen non-musiman maupun komponen musiman. Uji kestasioneran dengan *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) dari data curah hujan masing-masing stasiun menunjukkan data telah stasioner pada komponen non-musiman namun tidak stasioner pada komponen musiman dengan beda waktu (*lag*) ke-12. Hal ini dapat dilihat dari *p-value* dari ketiga stasiun curah hujan yang lebih besar dari 0,05. Karena data belum stasioner pada komponen musiman dengan *lag* ke-12 maka perlu dilakukan pembedaan (*differencing*) sebanyak satu kali. Setelah dilakukan pembedaan maka diperiksa kembali kestasioneran data dan diperoleh hasil bahwa data sudah stasioner. Hasil uji ADF bagi data hasil pembedaan dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2 Uji ADF Komponen Musiman Setelah *Differencing*

Stasiun	<i>Dickey-Fuller</i>	<i>p-value</i>
Bawil IV	-11,67	0,01
Biring Romang	-13,02	0,01
Stammar Paotere	-11,82	0,01

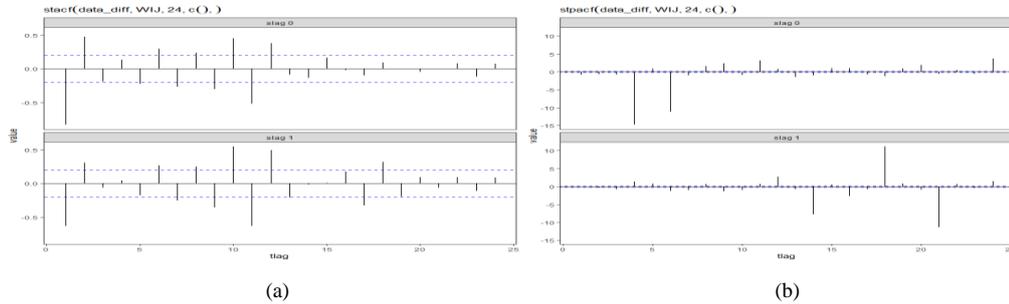
Hasil dari uji ADF yang disajikan pada Tabel 2 diketahui bahwa data telah stasioner dimana nilai *p-value* pada ketiga stasiun curah hujan adalah sebesar $0,01 < \alpha$ (0,05). Adanya indikasi musiman pada data yang bersifat periodik, sehingga dalam melakukan pemodelan nanti perlu diperhatikan pengaruh musiman. *Plot* data deret waktu hasil *differencing* dua belas pada masing-masing stasiun merupakan *plot* data yang telah stasioner dan dapat dilihat pada Gambar 5.



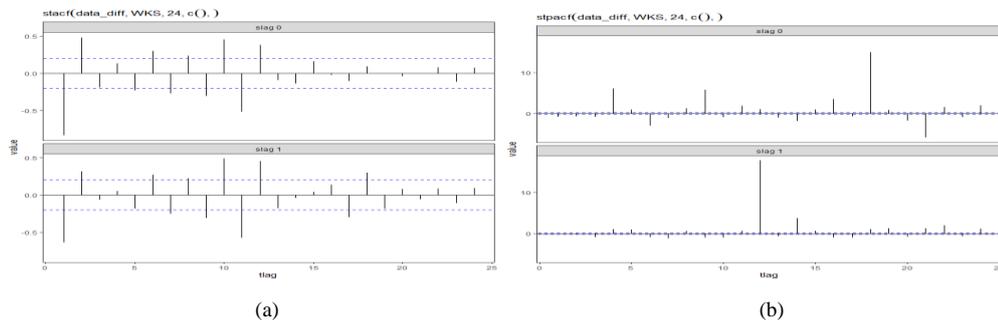
Gambar 5 Plot Data Curah Hujan Hasil *Differencing*

4) **Identifikasi Model GSTARIMA**

Orde spasial yang digunakan dalam penelitian ini adalah orde spasial 1 karena masing-masing lokasi dianggap saling bertetangga dalam satu kota, yaitu 15 Kecamatan di Kota Makassar, sehingga pergeseran antar lokasi masih berada pada region yang sama. Identifikasi orde waktu AR dan MA dilakukan dengan menggunakan plot STACF dan plot STPACF. Plot STACF dan STPACF yang terbentuk pada ketiga stasiun curah hujan digunakan untuk mengidentifikasi model berdasarkan data hasil *differencing* dengan menggunakan pembobot invers jarak disajikan pada Gambar 6 dan dengan pembobot korelasi silang diberikan pada Gambar 7.



Gambar 6 Plot STACF dan STPACF Pembobot Invers Jarak



Gambar 7 Plot STACF dan STPACF Pembobot Korelasi Silang

Berdasarkan Gambar 6 dan Gambar 7, diduga model yang memenuhi adalah model GSTARIMA (1,0,0) (1,1,0)¹² yakni mengikuti proses AR orde 1 pada komponen non-musiman, dan proses SAR orde 1 pada komponen musiman 12 serta pembedaan sebanyak 1 kali pada komponen musiman, dengan indeks $s = 12$. Pemilihan orde komponen non-musiman (1,0,0) juga didasarkan pada plot ACF dan PACF yang terdapat pada Gambar 3 dan 4 dimana plot ACF *dies down* dan plot PACF *cut-off* sehingga model yang cocok yaitu model AR, unsur *Integrated* (d) sama dengan 0 karena data telah stasioner pada komponen non-musiman sehingga tidak dilakukan proses *differencing*.

5) **Matriks Pembobot Spasial**

Pembobot Invers Jarak

Nilai dari bobot invers jarak diperoleh dari perhitungan berdasarkan jarak sebenarnya antar lokasi, dan dengan mempertimbangkan koordinat lintang dan bujurnya. Adapun koordinat lintang dan bujur masing-masing stasiun disajikan pada Tabel 3 di bawah ini.

Tabel 3 Koordinat Lintang dan Bujur

Stasiun	Lintang (<i>Latitude</i>)	Bujur (<i>Longitude</i>)
Bawil IV	-5,142641	119,4540
Biring Romang	-5,170931	119,4873
Stammar Paotere	-5,114140	119,4187

Koordinat lintang dan bujur yang memiliki derajat desimal kemudian dikonversikan ke dalam bentuk kilometer, sehingga perhitungan matriks pembobot invers jarak ditampilkan dalam matriks berikut:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0,5094034 & 0,4905966 \\ 0,6708551 & 0 & 0,3291449 \\ 0,6624960 & 0,3375040 & 0 \end{bmatrix}$$

Pembobot Korelasi Silang

Jika pembobot invers jarak memiliki pendekatan langsung untuk mengukur efek spasial berdasarkan jarak geografis, maka pembobot korelasi silang dapat dikatakan mengukur efek spasial secara tidak langsung yakni pada korelasi silang antar peubah yang diamati. Adapun hasil perhitungan untuk matriks pembobot korelasi silang dari masing-masing lokasi stasiun curah hujan adalah sebagai berikut:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0,4996164 & 0,5003836 \\ 0,5020151 & 0 & 0,4979849 \\ 0,5023986 & 0,4976014 & 0 \end{bmatrix}$$

6) Estimasi Parameter Model

Estimasi parameter model GSTAR maupun GSTARIMA secara umum menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Namun pada penelitian ini, metode estimasi parameter yang digunakan pada kedua bobot lokasi adalah metode *Generalized Least Square* (GLS).

Pembobot Invers Jarak

Tabel 4 memberikan penjelasan bahwa terdapat 1 parameter yang tidak signifikan yaitu $\hat{\vartheta}_{10}^{(1)}$ dan 11 parameter yang signifikan. Untuk mengetahui nilai parameter yang didapatkan signifikan atau tidak maka perlu dilakukan uji signifikansi menggunakan uji-t. Adapun hipotesis yang digunakan yaitu:

$$H_0: \hat{\vartheta}_{10}^{(1)} = 0 \text{ (parameter } \hat{\vartheta}_{10}^{(1)} \text{ tidak signifikan)}$$

$$H_1: \hat{\vartheta}_{10}^{(1)} \neq 0 \text{ (parameter } \hat{\vartheta}_{10}^{(1)} \text{ signifikan)}$$

$$\alpha = 5\%$$

$$df = 21$$

- Uji-t pada parameter $\hat{\vartheta}_{10}^{(1)}$

Statistik Uji:

$$t_{hitung} = \frac{|\Phi_{jk}^i|}{S(\Phi_{jk}^i)}$$

$$t_{hitung} = \frac{0,0890}{0,0526} = 1,6920$$

$$t_{tabel} = t_{\frac{\alpha}{2}; n-p}$$

$$t_{tabel} = t_{\frac{0,05}{2}; 33-12}$$

$$t_{tabel} = t_{(0,025; 21)} = 2,080$$

Kriteria pengujian yaitu terima H_0 jika $|t_{hitung}| < |t_{tabel}|$ artinya parameter tidak signifikan dan tolak H_0 jika $|t_{hitung}| > |t_{tabel}|$ artinya parameter signifikan. Pada penelitian ini parameter yang tidak signifikan dikeluarkan dari model, karena ketepatan model dalam menaksir nilai aktualnya dapat diukur dari *goodness of fit*-nya.

Tabel 4 Estimasi Parameter Pembobot Invers Jarak

Parameter	Standar Deviasi	Standar Error	koefisien	t-hitung	t-tabel
$\hat{\theta}_{10}^{(1)}$	0,3530	0,0526	0,0890	1,6920	
$\hat{\theta}_{10}^{(2)}$	0,0983	0,0147	-1,0942	-74,4353	
$\hat{\theta}_{10}^{(3)}$	0,2162	0,0322	-0,5377	-16,6987	
$\hat{\theta}_{11}^{(1)}$	0,2662	0,0397	-0,7867	-19,8162	
$\hat{\theta}_{11}^{(2)}$	0,1560	0,0238	0,2342	9,8403	
$\hat{\theta}_{11}^{(3)}$	0,2920	0,0435	-0,5306	-12,1977	2,080
$\hat{\Phi}_{10.12}^{(1)}$	0,2065	0,0308	-0,0811	-2,6331	
$\hat{\Phi}_{10.12}^{(2)}$	0,0745	0,0111	-0,1044	-9,4054	
$\hat{\Phi}_{10.12}^{(3)}$	0,1874	0,0279	0,5392	19,3261	
$\hat{\Phi}_{11.12}^{(1)}$	0,1787	0,0266	0,2209	8,3045	
$\hat{\Phi}_{11.12}^{(2)}$	0,1178	0,0175	0,0702	4,0114	
$\hat{\Phi}_{11.12}^{(3)}$	0,2459	0,0366	-0,8593	-23,4781	

Pembobot Korelasi Silang

Tabel 5 Estimasi Parameter Pembobot Korelasi Silang

Parameter	Standar Deviasi	Standar Error	koefisien	t-hitung	t-tabel
$\hat{\theta}_{10}^{(1)}$	0,3518	0,0524	0,1892	3,6106	
$\hat{\theta}_{10}^{(2)}$	0,0981	0,0146	-1,0401	-71,2397	
$\hat{\theta}_{10}^{(3)}$	0,2023	0,0302	-0,6240	-20,6622	
$\hat{\theta}_{11}^{(1)}$	0,2697	0,0402	-0,8232	-20,4776	
$\hat{\theta}_{11}^{(2)}$	0,1474	0,0220	0,2183	9,9427	
$\hat{\theta}_{11}^{(3)}$	0,2384	0,0355	-0,2639	-7,4338	2,080
$\hat{\Phi}_{10.12}^{(1)}$	0,2027	0,0302	-0,0291	-0,9635	
$\hat{\Phi}_{10.12}^{(2)}$	0,0792	0,0118	-0,1668	-14,1355	
$\hat{\Phi}_{10.12}^{(3)}$	0,1742	0,0260	0,3836	14,7538	
$\hat{\Phi}_{11.12}^{(1)}$	0,1823	0,0272	0,2072	7,6176	
$\hat{\Phi}_{11.12}^{(2)}$	0,1110	0,0165	0,1440	8,7272	
$\hat{\Phi}_{11.12}^{(3)}$	0,2115	0,0316	-0,6037	-19,1044	

Berdasarkan Tabel 5, dapat diketahui bahwa terdapat 1 parameter yang tidak signifikan yaitu parameter $\hat{\Phi}_{10.12}^{(1)}$ dan 11 parameter yang signifikan.

- Uji-t pada parameter $\hat{\theta}_{10}^{(1)}$

Hipotesis:

$$H_0: \hat{\theta}_{10}^{(1)} = 0 \text{ (parameter } \hat{\theta}_{10}^{(1)} \text{ tidak signifikan)}$$

$$H_1: \hat{\theta}_{10}^{(1)} \neq 0 \text{ (parameter } \hat{\theta}_{10}^{(1)} \text{ signifikan)}$$

$$\alpha = 5\%$$

$$df = 21$$

Statistik Uji:

$$t_{hitung} = \frac{|\Phi_{jk}^i|}{S(\Phi_{jk}^i)}$$

$$t_{hitung} = \frac{0,1892}{0,0524} = 3,6106$$

$$t_{tabel} = t_{\frac{\alpha}{2}; n-p}$$

$$t_{tabel} = t_{\frac{0,05}{2}; 33-12}$$

$$t_{tabel} = t_{(0,025; 21)} = 2,080$$

7) **Pengujian Asumsi Kelayakan Model**

Ketika model dugaan sudah didapatkan, selanjutnya dilakukan pengujian asumsi residual terhadap model dugaan yang didapatkan tersebut. Pengujian asumsi residual dilakukan guna mengetahui apakah model dugaan yang didapatkan sudah sesuai dengan data penelitian. Jika asumsi residual terpenuhi maka model tersebut merupakan model yang baik. Untuk memastikan model tersebut merupakan model yang baik maka perlu dilakukan pemeriksaandiagnosis asumsi residual dengan menggunakan asumsi *white noise* dan *multivariate normal* karena dalam penelitian ini dilakukan pada 3 lokasi stasiun curah hujan atau dalam artian penelitian ini menggunakan lebih dari 1 variabel.

Uji Asumsi Residual White-Noise

Tabel 6 Uji Asumsi Residual White-Noise

Pembobot Lokasi	<i>p-value</i>	Keputusan
<i>Invers</i> Jarak	0,07190783	<i>White Noise</i>
Korelasi Silang	0,0899942	<i>White Noise</i>

Tabel 6 menunjukkan bahwa kedua pembobot yang digunakan baik pembobot *invers* jarak maupun korelasi silang masing-masing memiliki nilai *p-value* > $\alpha = 0,05$ sehingga H_0 gagal ditolak yang berarti bahwa tidak terdapat autokorelasi antar residual atau residual memenuhi asumsi *white noise*.

Tabel 7 Uji Asumsi Residual Normal Multivariat

Pembobot Lokasi	<i>p-value</i>	Keputusan
<i>Invers</i> Jarak	0,93	Normal Multivariat
	0,55	
	0,02	
	0,20	
	0,73	
	0,60	
	0,55	
	0,24	
	0,90	
	0,20	
	0,84	
	0,82	
Korelasi Silang	0,95	Normal Multivariat
	0,68	
	0,05	
	0,13	
	0,86	
	0,72	
	0,58	
	0,19	
	0,82	
	0,13	
	0,77	
	0,77	

Uji Asumsi Normal Multivariat

Selain itu juga, pada Tabel 7 menunjukkan bahwa kedua matriks pembobot yang digunakan memenuhi asumsi normal multivariat dimana nilai p -value dari masing-masing residual matriks pembobot $> \alpha = 0,05$.

8) Pemilihan Model Terbaik

Setelah dilakukan pengujian asumsi residual, diperoleh hasil bahwa model GSTARIMA (1,0,0)(1,1,0)¹² dengan pembobot *invers* jarak dan korelasi silang memenuhi asumsi residual *white noise*. Selanjutnya, dilakukan validasi model atau pemilihan model terbaik untuk meramalkan jumlah curah hujan di Kota Makassar. Validasi model ini dilakukan untuk mengetahui kebaikan model dan ketepatan peramalan pada jumlah curah hujan di Kota Makassar. Model terbaik yang dipilih adalah model dengan nilai RMSE terkecil. Adapun hasil perhitungan nilai RMSE untuk kedua matriks pembobot yang digunakan disajikan pada Tabel 8 dan Tabel 9.

Tabel 8 Nilai RMSE dengan Pembobot Invers Jarak

Stasiun Curah Hujan	Nilai RMSE
Bawil IV/Panaikang	68,02283
Biring Romang/Panakkukang	135,3793
Stammar Paotere	195,4961
Rata-rata	132,9661

Tabel 9 Nilai RMSE dengan Pembobot Korelasi Silang

Stasiun Curah Hujan	Nilai RMSE
Bawil IV/Panaikang	66,30152
Biring Romang/Panakkukang	147,8198
Stammar Paotere	219,3979
Rata-rata	144,5064

Tabel 10 Hasil Ramalan Curah Hujan Stasiun Bawil IV

t	Bulan dan Tahun	Hasil Ramalan
58	Oktober 2021	25
59	November 2021	140
60	Desember 2021	461
61	Januari 2022	318
62	Februari 2022	615
63	Maret 2022	1036
64	April 2022	276
65	Mei 2022	393
66	Juni 2022	386
67	Juli 2022	77
68	Agustus 2022	152
69	September 2022	73

Berdasarkan Tabel 8 dan Tabel 9 didapatkan rata-rata nilai RMSE dari masing-masing matriks pembobot. yang menunjukkan bahwa nilai RMSE terkecil yaitu dengan menggunakan matriks pembobot *invers* jarak (132,9661). Dengan demikian, model terbaik yang terpilih adalah model GSTARIMA (1,0,0)(1,1,0)¹² dengan menggunakan pembobot *invers* jarak. Model terbaik inilah yang digunakan untuk meramalkan jumlah curah hujan di Kota Makassar pada ketiga stasiun curah hujan yang telah dipilih dalam penelitian ini.

9) Peramalan

Setelah mendapatkan model terbaik yang sesuai dengan karakteristik data, selanjutnya dilakukan peramalan pada masing-masing stasiun curah hujan dengan model GSTARIMA (1,0,0)(1,1,0)¹² menggunakan matriks pembobot yang terpilih yaitu matriks *invers* jarak. Berikut hasil peramalan untuk 12 bulan ke depan yaitu peramalan untuk bulan Oktober 2021 hingga September 2022 yang ditunjukkan pada Tabel 10, 11, dan 12.

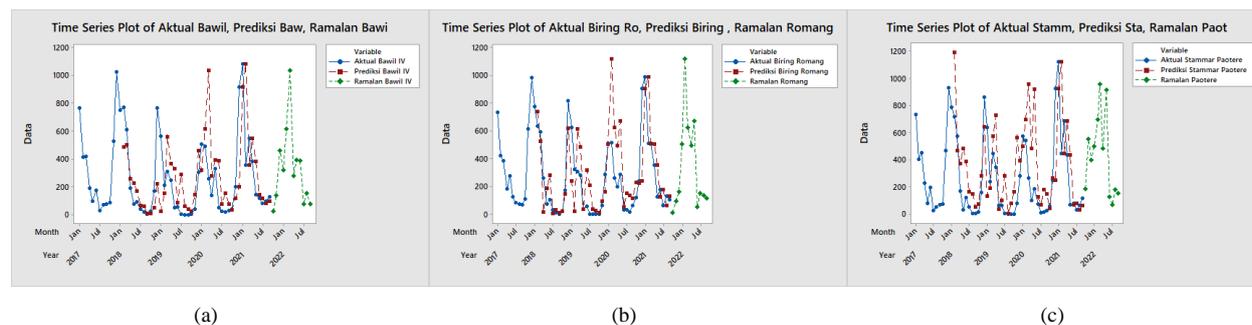
Tabel 11 Hasil Ramalan Curah Hujan Stasiun Biring Romang

t	Bulan dan Tahun	Hasil Ramalan
58	Oktober 2021	11
59	November 2021	94
60	Desember 2021	162
61	Januari 2022	507
62	Februari 2022	1118
63	Maret 2022	622
64	April 2022	495
65	Mei 2022	670
66	Juni 2022	53
67	Juli 2022	150
68	Agustus 2022	134
69	September 2022	115

Tabel 12 Hasil Ramalan Curah Hujan Stasiun Stammar Paotere

t	Bulan dan Tahun	Hasil Ramalan
58	Oktober 2021	183
59	November 2021	552
60	Desember 2021	395
61	Januari 2022	498
62	Februari 2022	694
63	Maret 2022	956
64	April 2022	483
65	Mei 2022	916
66	Juni 2022	127
67	Juli 2022	69
68	Agustus 2022	177
69	September 2022	150

Berikut ini disajikan plot perbandingan antara data aktual, prediksi, dan hasil ramalan data curah hujan bulanan Kota Makassar pada bulan Oktober 2021 hingga September 2022 untuk masing-masing stasiun curah hujan pada Gambar 8. Dimana pada Gambar 8 tersebut dapat dilihat bahwa model yang digunakan dikatakan cukup baik karena cenderung terdapat *overlap* atau saling tumpang tindih pada data actual dan prediksinya.



Gambar 8 Plot Perbandingan Data Aktual, Prediksi, dan Ramalan setiap Stasiun

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan maka dapat disimpulkan bahwa model GSTARIMA yang terbaik untuk data jumlah curah hujan di Kota Makassar pada stasiun curah hujan Bawil IV/Panaikang, Biring Romang/Panakkukang, dan Stammar Paotere adalah model GSTARIMA (1,0,0)(1,1,0)¹² dengan orde spasial 1.

Hasil ramalan dengan menggunakan model GSTARIMA terbaik menunjukkan bahwa jumlah curah hujan tertinggi di Kota Makassar pada stasiun Bawil IV dan Stammar Paotere terjadi pada bulan Maret 2022, sedangkan untuk stasiun Biring Romang terjadi pada bulan Februari 2022. Sementara itu, untuk curah hujan terendah pada stasiun Bawil IV dan Biring Romang terjadi pada bulan Oktober 2021 dan untuk stasiun Stammar Paotere terjadi pada bulan Juli 2022.

Penelitian ini menggunakan matriks pembobot spasial invers jarak dan korelasi silang. Disarankan untuk penelitian selanjutnya dapat menggunakan matriks pembobot spasial lainnya seperti seragam, biner, *Queen Contiguity*. Pada penelitian ini, metode estimasi parameter yang digunakan adalah metode GLS. Disarankan untuk penelitian selanjutnya dapat menggunakan metode penaksiran lainnya seperti *Seemingly Unrelated Regression (SUR)*, ataupun membandingkan sendiri penggunaan metode GLS dengan metode OLS.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih kepada Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG) Stasiun Klimatologi Klas I Maros yang telah mengizinkan penggunaan data dalam penelitian ini.

REFERENSI

- [1] Sumarjaya, I. W., (2016), "Modul Analisis Deret Waktu", Bali: Universitas Udayana.
- [2] Rani, S.A.P., Kusdarwati, H., & Sumarminingsih, E., (2013), "Pemodelan Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR(p1)): Penerapan pada Data Kesakitan Penyakit ISPA di Kota Malang", Malang: Universitas Brawijaya.
- [3] Fauzy, M., Saleh W, K. R., & Asror, I., (2016), "Penerapan Metode Association Rule Menggunakan Algoritma Apriori pada Simulasi Prediksi Hujan Wilayah Kota Bandung", *Jurnal Ilmiah Teknologi Informasi Terapan*, 2(3), 221-227.
- [4] Harun Paulus Messakh, J., (2017), "Pemodelan luas panen padi menggunakan gstarima pada enam provinsi di indonesia", Universitas Institut Pertanian Bogor.
- [5] Novi, R., Pratiwi, E., & Wahyuningsih, S., (2019), "Model Generalized Space Time Autoregressive Integrated Moving Average (Studi Kasus: Inflasi Kota Surabaya, Malang dan Kediri) Model of Generalized Space Time Autoregressive Integrated Moving Average (Case Study: Inflation in Surabaya, Malang and Kediri)", *Jurnal EKSPONENSIAL* Volume 10, Nomor 2, Nopember 2019, 153-160.
- [6] Genshiro Kitagawa, (2010), "Introduction to Time Series Modeling", Chapman & Hall/CRC, Boca Raton.
- [7] Aswi, & Sukarna, (2017), "Analisis Deret Waktu", Andira Publisher.
- [8] Lameena, N.S., (2017), "Pendekatan Model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) untuk Pemodelan Data Gempa", *Prosiding Seminar Nasional Inovasi Teknologi, Prosiding Seminar Nasional Inovasi Teknologi-SNITek 2017*, ISSN 2580-5495, 50- 60, Jakarta.
- [9] Sahoo, P., (2013), "Probability and Mathematical Statistic", USA: Department of Mathematics University of Louisville.
- [10] Wei, W.S.S., (2006), "Time series Analysis: Univariate and Multivariate Methods", New York (US), Boston: Addison-Wesley Publishing Co.
- [11] Pitaloka, R. A., Sugito, S., & Rahmawati, R., (2019), "Perbandingan Metode Arima Box-Jenkins Dengan Arima Ensemble Pada Peramalan Nilai Impor Provinsi Jawa Tengah", *Jurnal Gaussian*, 8(2), 194-207. <https://doi.org/10.14710/j.gauss.v8i2.26648>
- [12] Box, G.E.P., Jenkins G.M., (1976), "Time Series Analysis: Forecasting and Control", San Francisco (CA): HoldenDay Inc.
- [13] Munawaroh, S., (2010), "Analisis Model ARIMA BOX-JENKINS pada Data Fluktuasi Harga Emas", Malang: Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
- [14] Aswi & Sukarna, (2006), "Analisis Deret Waktu dan Aplikasi", Makassar: Andira Publisher.
- [15] Montgomery D.C., Jennings C.L., Kulahci M., (2015), "Introduction to Time Series Analysis and Forecasting", Canada (CA): Wiley Interscience.
- [16] Setiawan, (2015), "Kajian Model Varima dan Gstarima untuk Peramalan Inflasi Bulanan" *Tesis*. Bogor: Sekolah Pascasarjana Institut Pertanian Bogor.
- [17] Wutsqa, D. U., Suhartono, Sutijo, B., (2010), "Generalized Space-Time Autoregressive Modeling", *Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA2010)*, Universiti Tunku Abdul Rahman, Kuala Lumpur, Malaysia, 2010, 752:761
- [18] Pfeifer P.E. & Deutsch S.J., (1980), "A Three Stage Iterative Procedure For Space-Time Modeling", *Technometrics*. Vol. 22, No. 1. Siegel, S. (1994), *Statistika Non Parametrik*, Jakarta: PT Gramedia Pustaka.

- [19] Basuki, R. G., (2020), "Peramalan Inflow dan Outflow Uang Kartal di Jawa Barat ARIMAX, GSTARX dan hybrid GSTARXFFNN".
- [20] Suhartono & Subanar, (2006), "The Optimal Determination of Space Weight in GSTAR Model by using Cross-Correlation Inference", *Journal Of Quantitative Methods: Journal Devoted to The Mathematical and Statistical Application in Various Fields*. Vol. 2, No. 2.
- [21] Kurnia, J.D., Setiawan, & Rahayu, S.P. (2015). The Simulation Studies for Generalized Space Time Autoregressive-X (GSTARX) Model. Presented at The International Conference on Science and Science Education, Salatiga, 1 August, 2015.
- [22] Cryer, J. D. & Chan, K. S., (2008), "Time Series Analysis With Applications in R", New York: Spring Street.
- [23] Fitriani, (2014), "Peramalan Curah Hujan di Kota Makassar Menggunakan Model ARIMAX", Makassar: Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar.



© 2023 by the authors. This work is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>).