

Pengendalian Kualitas Statistik Air Higiene Sanitasi Menggunakan Peta Kendali SSRM

Salsabila Hasananda^{1*} dan Wibawati²

^{1,2}Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, Indonesia
*salsabilahasananda@gmail.com

Received: 24 January 2023

Revised: 4 August 2023

Accepted: 4 October 2023

ABSTRAK – Air higiene sanitasi adalah air yang digunakan setiap individu untuk keperluan mandi, cuci, dan kakus yang mana standar baku mutu untuk air higiene sanitasi diatur dalam PERMENKES RI No. 32 Tahun 2017. Dalam proses pengolahan air baku menjadi air higiene sanitasi, unit water treatment plant memperhatikan lima karakteristik kualitas yaitu tingkat pH air, konsentrasi klorin aktif, kekeruhan (turbidity), total hardness, dan total solid. Proses pengendalian kualitas yang dilakukan di unit water treatment plant tergolong masih konvensional dengan hanya melakukan pengecekan komposisi dari masing masing karakteristik kualitas dengan spesifikasi baku mutunya tanpa pengecekan secara serentak. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui pengendalian kualitas secara statistik melalui monitoring rata-rata proses produksi air higiene sanitasi menggunakan peta kendali modern multivariate hasil integrasi peta kendali Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) dengan spatial signed rank yang disebut peta kendali Spatial Signed Rank MEWMA (SSRM). Hasil penelitian menunjukkan bahwa antar karakteristik kualitas air higiene sanitasi saling berpengaruh satu sama lain dan tidak berdistribusi normal multivariat. Sehingga pengendalian kualitas statistik pada air higiene sanitasi dapat dilakukan menggunakan peta kendali SSRM. Hal ini dikarenakan peta kendali SSRM baik digunakan untuk data yang tidak berdistribusi normal. Pada penelitian ini juga dilakukan monitoring rata-rata proses air higiene sanitasi menggunakan peta kendali MEWMA. Peta kendali SSRM lebih sesuai digunakan untuk pengendalian kualitas air higiene sanitasi dibandingkan peta kendali MEWMA dikarenakan jumlah data pengamatan yang out of control pada peta kendali SSRM lebih banyak dibandingkan peta kendali MEWMA.

Kata kunci– Air Higiene Sanitasi, MEWMA, Pengendalian Kualitas, SSRM.

ABSTRACT –Sanitary hygiene water is water that is used by everyone for bathing, washing, and toilet purposes where the quality standards for sanitary hygienic water are regulated in PERMENKES RI No. 32 of 2017. In the process of treating raw water into sanitary hygiene water, the water treatment plant unit pays attention to five quality characteristics, namely the pH level of the water, active chlorine concentration, turbidity, total hardness, and total solids. The quality control process carried out in the water treatment plant unit is classified as conventional by only checking the composition of each quality characteristic with the quality standard specifications without checking simultaneously. This study aims to determine statistical quality control through average monitoring of the sanitary hygiene water production process using a modern multivariate control chart resulting from the integration of the Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) control chart with a spatial signed rank called the Spatial Signed Rank MEWMA (SSRM) control chart. The results showed that the characteristics of sanitary hygiene water had an influence on each other and did not have a multivariate normal distribution. So statistical quality control of sanitary hygiene water can be carried out using the SSRM control chart. This is because the SSRM control chart is good for data that is not normally distributed. This study also conducted monitoring of the average sanitary hygiene water process using the MEWMA control chart. The SSRM control chart is more suitable for controlling sanitary hygiene water than the MEWMA control chart because the number of out-of-control data observations on the SSRM control chart is greater than the MEWMA control chart.

Keywords– MEWMA, Quality Control, Sanitary Hygiene Water, SSRM.

I. PENDAHULUAN

Air merupakan sumber daya alam yang dapat diperbarui adalah kebutuhan pokok untuk setiap makhluk hidup di dunia ini. Berdasarkan UU. RI No. 7 Tahun 2004 air adalah semua air yang terdapat pada, di atas, ataupun di bawah permukaan tanah, termasuk dalam pengertian ini air permukaan, air tanah, air hujan, dan air laut yang berada di darat. Sedangkan penjelasan air higiene sanitasi adalah air yang digunakan oleh masyarakat untuk pemeliharaan kebersihan setiap individu seperti mandi, cuci, dan kakus yang mana standar baku mutu untuk air higiene sanitasi diatur dalam Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia No. 32 Tahun 2017 [1]. Penyediaan air higiene sanitasi untuk keperluan pemeliharaan kebersihan setiap individu tergolong dalam penyediaan air domestik. Dimana menurut Kriteria Perencanaan Ditjen Cipta Karya Dinas Pu tahun 1996, kebutuhan akan air domestik untuk konsumsi unit sambungan rumah adalah lebih dari 150 liter/org/hari untuk wilayah metropolitan dengan lebih dari satu juta penduduk dan 80-120 liter/org/hari untuk kota kecil dengan jumlah penduduk antara 20.000 s/d 100.000 penduduk. Kebutuhan akan sumber air bersih ini didukung dengan adanya produksi air bersih,

dimana kapasitas produksi potensial perusahaan air bersih di Indonesia pada tahun 2019 sebesar 231.634 liter per detik menurut publikasi statistika air bersih oleh BPS.

Di samping kebutuhan jumlah atau volume air yang besar, kualitas air yang memenuhi standar menjadi hal yang tidak kalah pentingnya. Namun di Indonesia terjadi pencemaran air di berbagai sumber mata air yang disebabkan oleh pelepasan limbah dan produk sampingan berbahaya oleh pabrik ke sumber air terdekat tanpa adanya pengolahan. Salah satu sumber mata air yang tercemar adalah Sungai Bengawan Solo. Menurut ejurnal yang dipublikasikan oleh Kementerian Kelautan dan Perikanan (KKP) pada tahun 2010, perairan Sungai Bengawan Solo tercemar indikasi oksigen rendah, karbondioksida tinggi dan terdapat kandungan logam berat seperti Cr, Cu dan Zn di beberapa lokasi yang sudah melebihi ambang batas. Hal ini tentu berdampak terhadap perubahan ekosistem disekitarnya mengingat banyak kehidupan yang bergantung pada Sungai Bengawan Solo sebagai sumber mata air. Sehingga proses pembuatan air baku menjadi air untuk keperluan higiene sanitasi di wilayah sungai Bengawan Solo haruslah melalui pemeriksaan dan penanganan kualitas air yang ketat dan sesuai dengan PERMENKES RI No. 32 Tahun 2017.

Pada Water Treatment Plant terdapat pemrosesan air baku menjadi air bersih higiene sanitasi dimana sumber mata air untuk air baku diambil dari Sungai Bengawan Solo dengan karakteristik kualitas yang digunakan meliputi tingkat pH air, konsentrasi klorin aktif, kekeruhan, total hardness, dan total solid. Proses produksi *Water Treatment Plant* berpedoman pada PERMENKES RI No. 32 Tahun 2017, yang mana hal ini berbeda dengan PDAM yang mengacu pada PERMENKES RI No, 492 Tahun 2010 dan PERMENKES RI No. 736 Tahun 2010 [2]. Karakteristik kualitas pada *Water Treatment Plant* saling berpengaruh terhadap satu sama lain seperti karakteristik kualitas kekeruhan yang dapat diatur dengan menambahkan bahan kimia berupa klorin aktif. Namun semakin tinggi tingkat klorin pada air juga akan berpengaruh terhadap nilai pH air, sedangkan nilai pH air juga berkaitan dengan faktor kesadahan air atau total hardness [3]. Pada kenyataannya proses pembuatan air baku menjadi air higiene sanitasi pada Water Treatment Plant tidak memperhatikan sifat karakteristik kualitas air yang saling mempengaruhi tersebut, yang mana Water Treatment Plant hanya melakukan pengecekan setiap komposisi masing-masing karakteristik kualitas dengan spesifikasi baku mutunya di laboratorium tanpa pengecekan karakteristik kualitas secara serentak. Berdasarkan teori yang telah dijelaskan sebelumnya, diketahui bahwa antar karakteristik kualitas air higiene sanitasi saling memberikan pengaruh satu sama lain, sehingga diperlukan pengendalian kualitas secara statistik menggunakan peta kendali multivariat dengan pengamatan individu untuk monitoring mean proses air higiene sanitasi di Water Treatment Plant.

Pengendalian kualitas statistik merupakan teknik penyelesaian masalah yang digunakan untuk monitoring, mengendalikan, menganalisis, mengelola, dan memperbaiki produk dan proses menggunakan metode-metode statistik. Tujuan utama dari dilakukannya pengendalian kualitas statistik adalah untuk mengurangi variabilitas suatu produk. Peta kendali adalah teknik pemantauan proses yang banyak digunakan untuk dengan cepat mendeteksi penyebab terjadinya pergeseran proses sehingga investigasi dan tindakan yang tepat dapat dilakukan sebelum banyak produk yang tidak sesuai spesifikasi. Peta kendali multivariat dengan pengamatan individu yang sering digunakan adalah peta kendali Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) yang memiliki sifat robust to normality [4]. Penelitian menggunakan peta kendali MEWMA untuk pengendalian kualitas air PDAM Surya Sembada Kota Surabaya menunjukkan bahwa data air PDAM tidak berdistribusi normal multivariat dan hasil monitoring proses rata-rata belum terkendali secara statistik [5]. Sehingga pada perkembangannya, peta kendali MEWMA harus menggunakan pembobot tertentu agar bersifat robust to normality, sehingga peta kendali MEWMA akan sesuai apabila digunakan untuk data dari distribusi normal [6]. Hal ini juga diperkuat dengan penelitian yang menyatakan bahwa peta kendali MEWMA akan bersifat robust to normality pada data berdistribusi multivariat dengan skewness seperti distribusi t dan distribusi gamma [7]. Sedangkan proses di lapangan menunjukkan bahwa data air higiene sanitasi tidak selalu berdistribusi normal multivariat ataupun data air higiene sanitasi tidak memiliki distribusi tertentu. Sehingga pengendalian kualitas statistik pada air higiene sanitasi perlu menggunakan peta kendali multivariat nonparametrik. Penelitian yang dilakukan oleh Haanchumpol, Sudasna-na-Ayudhya, dan singhtaun (2020) menggunakan peta kendali multivariat nonparametrik jenis baru untuk monitoring mean proses dengan mengintegrasikan peta kendali MEWMA dengan spatial signed rank. Sehingga pada penelitian ini akan dilakukan pengujian kualitas air higiene sanitasi menggunakan integrasi peta kendali MEWMA dengan spatial signed rank yang disebut peta kendali Spatial Signed Rank MEWMA (SSRM). Pengendalian kualitas dilakukan menggunakan peta kendali SSRM dikarenakan pengamatan diukur secara multivariat, pengambilan pengamatan dilakukan secara individu, dan peta kendali tersebut tidak memerlukan pemenuhan asumsi data dalam bentuk distribusi tertentu. Berdasarkan permasalahan yang telah dirumuskan, tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui pengendalian kualitas secara statistik melalui monitoring rata-rata menggunakan peta kendali SSRM pada proses produksi air higiene sanitasi Water Treatment Plant. Diharapkan penelitian ini dapat memberikan manfaat bagi Water Treatment Plant dalam

mengenalkan, mendapatkan, dan membantu melakukan monitoring rata-rata proses menggunakan pengendalian kualitas secara statistik terhadap proses produksi air higiene sanitasi.

II. METODOLOGI

Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data hasil pengujian air higiene sanitasi *Water Treatment Plant* yang dimulai dari tanggal 1 Januari 2021 hingga 31 Desember 2021. Sumber data pada penelitian ini tergolong data sekunder, dimana pengukuran dan pengambilan sampel dilakukansatu kali dalam sehari sehingga pengamatan yang dilakukan bersifat individu. Variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian ini meliputi lima karakteristik kualitas yang mengacu pada PERMENKESRI No. 32 Tahun 2017 yaitu tingkat pH air (X_1), konsentrasi klorin aktif (X_2), kekeruhan (*turbidity*) (X_3), total *hardness* (X_4), dan total *solid* (X_5). Berikut merupakan struktur data yang digunakan berdasarkan variabel penelitian dengan n adalah banyaknya pengamatan.

Tabel 1 Struktur Data Penelitian

Sampel ke- i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	x_{n4}	x_{n5}

Tahapan proses penelitian ini dijelaskan oleh langkah analisis yang dilakukan secara urut sebagai berikut.

1. Merumuskan masalah dan *studi literature*.
2. Melakukan eksplorasi data untuk mengetahui karakteristik kualitas dari data air higiene sanitasi *Water Treatment Plant*.
3. Melakukan analisis dependensi antar variabel.
4. Melakukan pengujian normal multivariat.
5. Membuat peta kendali MEWMA dari data awal.
6. Mendapatkan Batas Kendali Atas (BKA) untuk peta kendali SSRM pada nilai ARL_0 adalah 370 dengan langkah-langkah sebagai berikut.
 - a. Mendapatkan data yang berpola stasioner menggunakan *time series plot*.
 - b. Membuat peta kendali MEWMA yang *in control* dengan nilai pembobot optimum untuk data berpola stasioner.
 - c. Melakukan transformasi data menggunakan *multivariate spatial signed rank* pada data yang didapatkan dari langkah sebelumnya.
 - d. Menghitung nilai statistik peta kendali SSRM pada data hasil transformasi.
 - e. Melakukan *resampling* menggunakan pendekatan *bootstrap* pada nilai statistik peta kendali SSRM sebanyak 15.000 kali.
 - f. Membuat histogram dari data hasil *resampling* nilai statistik peta kendali SSRM.
 - g. Menghitung persentil $(1 - \alpha)$ dari hasil *resampling* nilai statistik peta kendali SSRM dengan nilai $\alpha = 0,0027$.
7. Membuat peta kendali SSRM dengan langkah-langkah sebagai berikut.
 - a. Melakukan transformasi data awal air higiene santasi menggunakan *multivariate spatial signed rank*.
 - b. Menghitung vektor $Q(y_i)$.
 - c. Menghitung matriks varians kovarians berdasarkan $Q(y_i)$.
 - d. Menghitung nilai Q_i^{SSRM} pada setiap pengamatan.
 - e. Membuat *plot* Q_i^{SSRM} berdasarkan setiap λ dengan Batas Kendali Atas (BKA) dari ARL_0 yang telah didapatkan dan Batas Kendali Bawah (BKB) = 0.
 - f. Mencari titik maksimum dari setiap Q_i^{SSRM} .
 - g. Melakukan pemilihan nilai λ yang optimum berdasarkan selisih terkecil dari selisih $|\max(Q_i^{SSRM}) - BKA|$ dan jumlah titik yang berada diluar batas kendali (*out of control*).
 - h. Peta kendali SSRM yang terpilih adalah peta kendali dengan λ optimum.
8. Membuat kesimpulan dan saran dari hasil analisis yang telah dilakukan.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dilakukan pengendalian kualitas statistik dari air higiene sanitasi peta kendali *Spatial Signed Rank MEWMA (SSRM)*. Sebelum membuat peta kendali, langkah pertama dalam penelitian ini adalah melakukan eksplorasi data melalui statistika deskriptif terhadap karakteristik kualitas air higiene sanitasi yang diamati sebagai berikut.

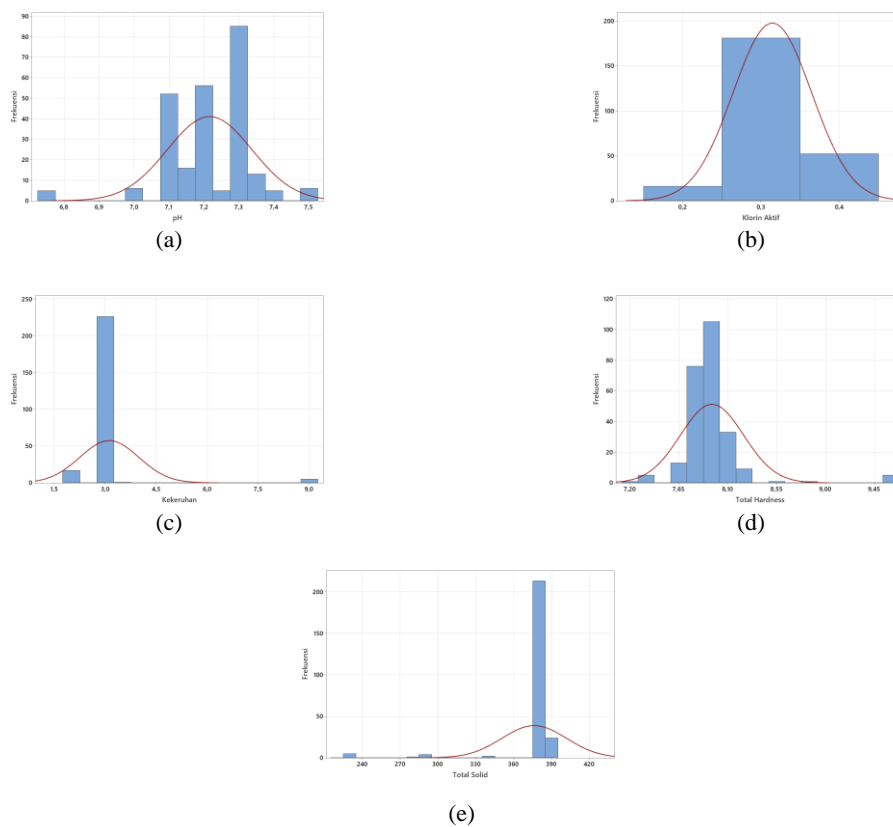
Definisi 2.1. Statistika Deskriptif

Statistika deskriptif adalah metode atau cara mendeskripsikan, menggambarkan, menjabarkan atau menguraikan data sehingga memberikan informasi yang berguna. Informasi yang didapatkan berupa ukuran pemusatan data dan ukuran penyebaran data [8]. Ukuran pemusatan data meliputi *mean*, *median*, dan *mode* sedangkan ukuran keragaman data meliputi *range*, *varians*, dan standar deviasi. Berikut merupakan hasil eksplorasi data yang dilakukan melalui statistika deskriptif yang meliputi ukuran pemusatan data yaitu nilai rata-rata (*mean*), *variance*, nilai *maximum* dan nilai minimum.

Tabel 2 Deskripsi Karakteristik Kualitas Air Higiene Sanitasi

Karakteristik Kualitas	Mean	Variance	Max	Min	Spesifikasi
pH Air (X_1)	7,216	0,0147	7,510	6,750	6,5 – 8,5
Klorin Aktif (X_2)	0,315	0,003	0,400	0,200	0,1 – 0,4
Kekeruhan (X_3)	3,118	0,749	8,800	1,900	Max 5
Total Hardness (X_4)	7,955	0,085	9,600	7,200	Max 10
Total Solid (X_5)	376,130	653,250	390,000	225,000	Max 500

Pada Tabel 2 menunjukkan deskripsi masing-masing karakteristik kualitas air higiene sanitasi pada *Water Treatment Plant*. Berdasarkan batas spesifikasi yang telah ditentukan, terlihat bahwa nilai tertinggi pada variabel kekeruhan adalah sebesar 8,8 NTU yang melebihi batas spesifikasi tingkat kekeruhan yaitu 5 NTU dan nilai tertinggi pada variabel klorin aktif sebesar 0,4 mg/liter, bernilai sama dengan batas spesifikasi tertinggi untuk klorin aktif yaitu sebesar 0,4 mg/liter. Persebaran data karakteristik kualitas air higiene sanitasi juga dapat ditunjukkan dengan histogram untuk masing-masing karakteristik kualitas sebagai berikut.



Gambar 1 Histogram Karakteristik Kualitas Air Higiene Sanitasi

Gambar 1 menunjukkan bahwa pada data pH air (a), kekeruhan (c), total *hardness* (d), dan total *solid* (e) terdapat data dengan nilai yang berbeda jauh dari data pengamatan lainnya atau biasa disebut *outlier*. Persebaran data untuk

pH air (a) dan total *solid* (e) tidak tersebar merata yang ditunjukkan dengan bentuk histogram berbentuk *skewness* kiri yang mengindikasikan nilai rata-rata < *median* < modus. Sedangkan persebaran data pada karakteristik kualitas kekeruhan (c) dan total *hardness* (d) menunjukkan terjadinya *skewness* kanan yang mengindikasikan rata-rata > *median* > modus. Persebaran data untuk tingkat klorin aktif (b) secara visual nampak berdistribusi normal, namun diperlukan pengujian secara empiris untuk memastikan apakah variabel klorin aktif berdistribusi normal. Pada deskripsi karakteristik kualitas air hygiene sanitasi terlihat bahwa pada variabel total *solid* memiliki nilai *variance* > rata-rata yang dapat dilihat pula pada histogram total *solid* (e) yang menunjukkan adanya beberapa nilai karakteristik total *solid* yang berbeda jauh dengan nilai karakteristik total *solid* lainnya. Hal ini disebabkan oleh adanya kesalahan dalam proses pengujian TSS (*Total Suspended Solid*) yang tidak sesuai dengan SOP yang berlaku, dimana adanya perbedaan waktu tunggu dari tes satu dengan tes lainnya yang berpengaruh terhadap nilai total *solid*.

Definisi 2.2. Uji Dependensi

Untuk mengetahui apakah antar variabel saling independen dapat dilakukan dengan uji hipotesis. Uji hipotesis yang digunakan adalah uji Bartlett’s. Antar variabel dikatakan independent apabila matrik korelasi sama dengan matriks identitas [9]. Pada penelitian ini, data yang diolah haruslah memenuhi syarat dependensi karakteristik kualitas. Teknik dependensi merupakan teknik yang digunakan untuk melihat pengaruh atau memprediksi karakteristik kualitas dependen berdasarkan beberapa karakteristik kualitas independen yang mempengaruhi [10]. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut.

Hipotesis :

$H_0 : R = I$ (Tidak terdapat hubungan antar variabel)

$H_1 : R \neq I$ (Terdapat hubungan antar variabel)

Statistik Uji:

$$\chi^2_{hitung} = - \left(n - 1 - \frac{2p + 5}{6} \right) \ln |R|$$

Jika $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{\alpha, 1/2(p)(p-1)}$ atau p-value < α . Nilai p-value < α , maka keputusan yang diambil adalah Tolak H_0 . Hal tersebut menunjukkan bahwa ada korelasi yang cukup antar variabel [11] atau dapat diartikan bahwa antar variabel saling berhubungan. Nilai R dapat diestimasi menggunakan matriks korelasi sampel [12] berikut:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p1} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

dengan

$$r_{jh} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ih} - \bar{x}_h)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 (x_{ih} - \bar{x}_h)^2}}$$

Keterangan :

- R : Matriks korelasi antar variabel
- n : Banyaknya pengamatan yang dilakukan
- p : Banyaknya karakteristik kualitas
- r_{jh} : Nilai korelasi antara variabel ke- j dan variabel ke- h
- x_{ij} : Sampel ke- i variabel ke- j ($j = 1, 2, \dots, p$)
- x_{ih} : Sampel ke- i variabel ke- h ($h = 1, 2, \dots, p$)
- \bar{x}_j : Rata-rata sampel variabel ke- j
- \bar{x}_h : Rata-rata sampel variabel ke- h
- i : Observasi ke- i ($i = 1, 2, \dots, n$)

Hasil uji dependensi atau χ^2_{hitung} berdasarkan persamaan 2.1 adalah 635,549. Berikutnya nilai uji dependensi dibandingkan dengan nilai $\chi^2_{\alpha, 1/2(p)(p-1)}$ dengan nilai $\alpha=0,05$ dan derajat bebas 10, didapatkan hasil $\chi^2_{0,05,10}=18,307$. Hasil perbandingan menunjukkan bahwa nilai $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{\alpha, 1/2(p)(p-1)}$ yaitu $635,549 > 18,307$ yang mana menghasilkan keputusan tolak H_0 yang berarti terdapat hubungan antar variabel penelitian. Sehingga untuk selanjutnya, pada penelitian ini dilakukan pengendalian kualitas statistik secara multivariat.

Definisi 2.3. Uji Normalitas Multivariat

Pengujian normal multivariat dilakukan untuk mengetahui apakah data hasil pengamatan mengikuti distribusi normal atau tidak. Suatu pengamatan $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ dengan parameter *mean* μ dan *varians* Σ memiliki distribusi normal multivariat dengan *probability density function* sebagai berikut.

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{(\mathbf{x}-\mu)' \Sigma^{-1} (\mathbf{x}-\mu)}{2}}$$

Pengujian distribusi normal multivariat dilakukan dengan uji Shapiro-Wilk dengan hipotesis sebagai berikut.

$$H_0 : F(\mathbf{x}) = F_w * (\mathbf{x}) \text{ (Data berdistribusi normal multivariat)}$$

$$H_1 : F(\mathbf{x}) \neq F_w * (\mathbf{x}) \text{ (Data tidak berdistribusi normal multivariat)}$$

Statistik uji:

$$W^* = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p W_{z_i}$$

dimana

$$W_{z_i} = \frac{b^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})}$$

untuk n bernilai genap maka nilai b adalah sebagai berikut dengan nilai $m=n/2$

$$b = \sum_{i=1}^m a_{n-i+1} (x_{n-i+1} - x_{ik}).$$

Sedangkan untuk n bernilai ganjil maka nilai b adalah sebagai berikut dengan nilai $m = (n-1)/2$

$$b = a_n(x_n - x_1) + \dots + a_{m+2}(x_{m+2} - x_m)$$

Dengan x_{m+1} adalah nilai median dari nilai a yang merupakan koefisien dari tabel *normality test*.

Statistik WZ_i adalah statistik *Shapiro-Wilk* berdasarkan observasi ke- i dari pengamatan transformasi Z_{i1}, \dots, Z_{in} dengan $i = 1, \dots, p$. Gagal tolak H_0 apabila nilai $W^* > C_{\alpha;n,p}$ atau $p\text{-value} > \alpha$ dimana nilai $C_{\alpha;n,p}$ adalah nilai quantil statistik *Shapiro-Wilk*, sehingga dapat disimpulkan bahwa sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal multivariat [13]. Hasil uji normalitas multivariat pada data air higiene sanitasi *Water Treatment Plant* menunjukkan nilai $p\text{-value} < 2,2 \times 10^{-16}$ kemudian dibandingkan dengan taraf signifikan yang digunakan adalah 0,05 menunjukkan bahwa nilai $p\text{-value} < \text{taraf signifikan}$ yaitu $2,2 \times 10^{-16} < 0,05$ yang menghasilkan keputusan tolak H_0 yang berarti data tidak berdistribusi normal multivariat.

Definisi 2.4. Peta Kendali Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA)

Peta kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) pertama kali diperkenalkan oleh Lowry et al. pada tahun 1992 [4]. Peta kendali MEWMA merupakan pengembangan data multivariat dari proses untuk data univariat *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) yang memiliki performa yang baik untuk *monitoring* pergeseran kecil pada vektor rata-rata proses produksi air higiene sanitasi. Statistik MEWMA dijelaskan pada persamaan di bawah ini.

$$\mathbf{y}_i = \lambda \mathbf{x}_i + (1 - \lambda) \mathbf{y}_{i-1}$$

dimana

- i : 1,2,3, ..., n
- n : Banyaknya pengamatan yang dilakukan
- \mathbf{y}_i : Statistik peta kendali MEWMA
- \mathbf{y}_0 : 0
- \mathbf{x}_i : Data pengamatan
- λ : Besarnya pembobot dengan nilai $0 < \lambda < 1$

Peta kendali MEWMA dapat digunakan dengan nilai pembobot yang sama atau tidak. Selanjutnya untuk perhitungan titik pengamatan pada peta kendali MEWMA akan dijelaskan pada persamaan di bawah ini.

$$T_i^2 = \mathbf{y}'_i \Sigma_{\mathbf{y}_i}^{-1} \mathbf{y}_i,$$

dengan matriks kovarians adalah sebagai berikut.

$$\Sigma_{\mathbf{y}_i} = \frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}] \Sigma,$$

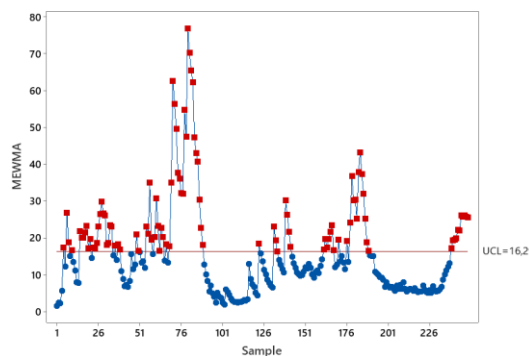
dimana Σ adalah matriks kovarians berukuran $p \times p$. Nilai Batas Kendali Atas (BKA) untuk peta kendali MEWMA didapatkan berdasarkan nilai pembobot dan hasil adaptasi ARL0. Sedangkan untuk Batas Kendali Bawah (BKB) MEWMA menggunakan nilai 0. Menurut Montgomery pada tahun 2020, dikatakan bahwa peta kendali MEWMA memiliki performa baik untuk *monitoring* mean proses yang bersifat *robust to normality*. Namun penelitian yang dilakukan oleh Haanchumpol dkk pada tahun 2020 menyatakan bahwa peta kendali MEWMA akan baik apabila digunakan pada data berdistribusi normal multivariat. Penelitian oleh Jamaluddin dkk pada tahun 2020 juga menyatakan bahwa peta kendali MEWMA akan bersifat *robust to normality* pada data berdistribusi multivariat dengan skewness seperti distribusi t dan distribusi γ .

Hasil pengujian asumsi menunjukkan bahwa data pada penelitian ini tidak memenuhi asumsi normal multivariat dan pada hasil pengujian distribusi menggunakan uji kolmogorov-smirnov menunjukkan bahwa setiap karakteristik kualitas tidak memenuhi distribusi apapun. Sehingga pada penelitian ini dilakukan pengendalian kualitas air higiene sanitasi dengan peta kendali MEWMA dengan tujuan untuk membandingkan dengan peta kendali SSRM. Perbandingan nilai pembobot pada peta kendali MEWMA disajikan dalam Tabel 3 sebagai berikut.

Tabel 3 Perbandingan Pembobot Peta Kendali MEWMA

Pembobot (λ)	Jumlah <i>Out of Control</i>	Titik terjauh	BKA	Selisih
0,1	100	76,76	16,29	60,47
0,2	48	72,81	17,35	55,46
0,3	33	76,11	17,78	58,33
0,4	28	76,87	17,98	58,89
0,5	25	76,01	18,09	57,92
0,6	24	73,24	18,15	55,09
0,7	24	68,39	18,18	50,21
0,8	29	69,67	18,19	51,48
0,9	30	71,21	18,20	53,01

Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa peta kendali MEWMA yang paling sensitif diantara nilai pembobot 0,1 hingga 0,9 adalah peta kendali MEWMA dengan nilai pembobot sebesar 0,1. Dimana Tabel 3 menunjukkan bahwa peta kendali MEWMA dengan pembobot 0,1 memiliki jumlah pengamatan out of control terbanyak dibandingkan nilai pembobot lainnya. Peta kendali MEWMA dengan nilai pembobot 0,1 disajikan dalam Gambar 2 berikut.



Gambar 2 Peta Kendali MEWMA dengan $\lambda = 0,1$

Gambar 2 menunjukkan peta kendali MEWMA dengan nilai pembobot 0,1 untuk data karakteristik kualitas air higiene sanitasi dengan batas kendali atas yang sama. Berdasarkan nilai pembobot tersebut didapatkan 100 data pengamatan yang keluar dari batas kendali. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa proses belum terkendali secara statistik.

Definisi 2.5. Transformasi dengan Multivariate Spatial Signed Rank

Sebelum membuat peta kendali *Spatial Signed Rank* MEWMA (SSRM) perlu dilakukan transformasi data awal menggunakan *multivariate nonparametric test* yaitu *spatial signed rank*. Proses transformasi dilakukan karena antar karakteristik kualitas yang diamati saling berhubungan dan tidak berdistribusi normal multivariat. Tanda suatu pengamatan berupa vektor dengan dimensi satu pada dasarnya adalah arah (+1 atau -1) dari titik asal [14]. Dalam vektor dengan dimensi lebih dari satu, fungsi *spatial sign* didefinisikan sebagai berikut.

$$U(\mathbf{x}) = \begin{cases} \|\mathbf{x}\|^{-1}\mathbf{x}, & \mathbf{x} \neq \mathbf{0} \\ \mathbf{0}, & \mathbf{x} = \mathbf{0} \end{cases}$$

dimana $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ dengan nilai $i = 1, 2, 3, \dots, n$, untuk x_j dan x_h adalah vektor yang berisi data pengamatan, dan $\|\mathbf{x}\| = (\mathbf{x}\mathbf{x})^{1/2}$ adalah jarak *euclidean* dari vektor \mathbf{x} . Pada vektor dua dimensi, jarak *euclidean* didapatkan sebagai berikut $\|\mathbf{x}\| = (x^2 + x^2)^{1/2}$. Sedangkan *spatial rank* dari pengamatan adalah rata-rata *signs* dari perbedaan pengamatan tersebut [15] dengan persamaan berikut.

$$R(\mathbf{x}) = ave\{U(\mathbf{x} - x_i)\}$$

Sehingga *spatial signed rank* pada pengamatan dapat dijelaskan pada persamaan dibawah ini.

$$Q(x) = \frac{[R_x(x) + R_{-x}(x)]}{2}$$

Multivariate spatial signed rank dari pengamatan yang telah ditransformasi ($Q(x_i)$), adalah *standardized spatial signed rank* berdasarkan *inner standardization* [6]. Berikut merupakan hasil transformasi data menggunakan *multivariate spatial signed rank*.

Tabel 4 Data Hasil Transformasi dengan *Multivariate Spatial Signed Rank*

Sampel ke- <i>i</i>	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	0,047011	-0,086364	0,005742	0,015885	0,301057
2	0,247263	-0,540608	0,029962	0,136223	0,362802
3	0,055494	-0,082481	0,005432	0,159340	0,237275
4	0,210058	-0,062937	0,418794	0,077528	0,209740
5	0,247641	-0,155969	0,023692	0,479860	-0,076572
6	0,055494	-0,082481	0,005432	0,159340	0,237275
7	0,248403	-0,377544	-0,347135	0,353898	0,413885
8	0,458435	-0,366830	-0,005158	0,218659	0,087758
9	0,458435	-0,366830	-0,005158	0,218659	0,087758
10	0,084670	-0,478573	0,045151	0,401142	0,486286
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
249	0,111119	-0,243917	0,016697	0,350363	0,413702

Definisi 2.6. Peta Kendali *Spatial Signed Rank MEWMA (SSRM)*

Peta kendali *Spatial Signed Rank MEWMA (SSRM)* adalah pengembangan dari peta kendali MEWMA yang efektif untuk mendeteksi pergeseran kecil dan tidak terfokus pada bentuk distribusi data tertentu pada rata-rata proses dikarenakan adanya proses standarisasi menggunakan *spatial signed rank* [6]. Statistik SSRM dijelaskan pada persamaan di bawah ini.

$$Q(y_i) = \lambda Q(x_i) + (1 - \lambda)Q(y_{i-1})$$

dimana

- i : 1,2,3, ..., n
- n : Banyak pengamatan yang dilakukan
- $Q(y_i)$: Statistik peta kendali SSRM
- $Q(y_0)$: 0
- $Q(x_i)$: Hasil *spatial signed rank* dari x_i
- λ : Besar pembobot dengan nilai $0 < \lambda < 1$

Selanjutnya untuk perhitungan titik pengamatan pada peta kendali SSRM adalah sebagai berikut:

$$Q_i^{SSRM} = Q(y_i)' \Sigma_{Q(y_i)}^{-1} Q(y_i)$$

dengan matriks kovarians dari $Q(y_i)$ adalah sebagai berikut:

$$\Sigma_{Q(y_i)} = \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}] \Sigma_{Q(x_i)}$$

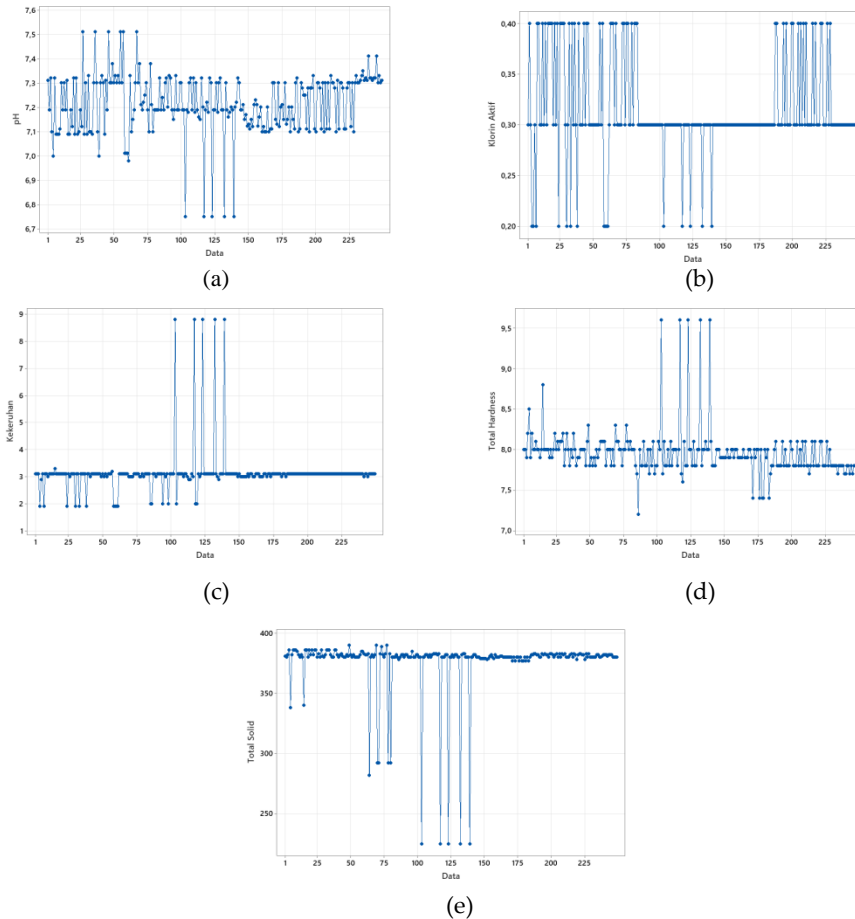
dimana $\Sigma_{Q(x_i)}$ adalah matriks kovarians dari $Q(x_i)$. Apabila nilai $Q_i^{SSRM} > BKA$ maka menandakan adanya sinyal *out of control* dengan nilai BKB SSRM adalah 0. BKA pada peta kendali SSRM didapatkan menggunakan pendekatan *bootstrap* dengan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Membuat *time series plot* untuk melihat pola data awal.
2. Membuat peta kendali MEWMA untuk data berpola stasioner yang dilihat melalui *time series plot* hingga didapatkan peta kendali MEWMA yang *in control* pada nilai pembobot optimum.
3. Mendapatkan data hasil transformasi menggunakan *multivariate spatial signed rank* pada data hasil peta kendali MEWMA yang telah *in control*.
4. Menghitung nilai statistik peta kendali SSRM pada data *in control* yang telah ditransformasi menggunakan *multivariate spatial signed rank*.
5. Melakukan *resampling* nilai statistik peta kendali SSRM sebanyak 15.000 kali menggunakan pendekatan *bootstrap*.
6. Membuat histogram dari data hasil *resampling* nilai statistik peta kendali SSRM.
7. Menghitung persentil $(1 - \alpha)$ dari hasil *resampling* nilai statistik peta kendali SSRM dimana nilai

$\alpha = 0,0027$ untuk nilai $ARL_0 = 370$.

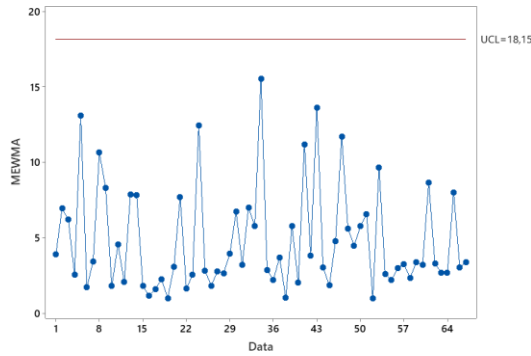
Analisis peta kendali SSRM pada air higiene sanitasi dilakukan dengan menggunakan nilai pembobot (λ) optimum yang diperoleh dari peta kendali SSRM dengan jumlah pengamatan *out of control* (OOC) terbanyak. Sebelum membuat peta kendali SSRM, terlebih dahulu dilakukan penentuan Batas Kendali Atas (BKA) melalui langkah-langkah sebagai berikut.

1. Membuat *time series plot* untuk melihat pola data awal. Berikut merupakan *time series plot* untuk masing-masing karakteristik air higiene sanitasi.



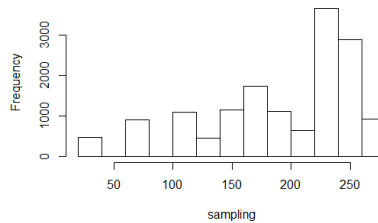
Gambar 3 Time Series Plot Karakteristik Kualitas Air Higiene Sanitasi

2. Berdasarkan *time series plot* pada Gambar 3 dapat dilihat bahwa pola data terlihat stasioner pada data ke-26 hingga data ke-100 sehingga dilanjutkan dengan membuat peta kendali MEWMA untuk data ke-26 hingga ke-100 hingga didapatkan peta kendali MEWMA yang *in control* pada nilai pembobot optimum. Penentuan pembobot optimum untuk peta kendali MEWMA tersebut dapat dilihat pada Lampiran 16. Berikut merupakan hasil peta kendali MEWMA dengan nilai pembobot optimum sebesar 0,6 yang telah *in control*.



Gambar 4 Peta Kendali MEWMA untuk Justifikasi BKA.

- Setelah mendapatkan data *in control* hasil justifikasi BKA, maka dilanjutkan dengan mendapatkan data hasil transformasi menggunakan *multivariate spatial signed rank* pada data hasil peta kendali MEWMA yang telah *in control*. Lalu menghitung nilai statistik peta kendali SSRM pada data *in control* yang telah ditransformasi menggunakan *multivariate spatial signed rank* dan melakukan *resampling* nilai statistik peta kendali SSRM sebanyak 15.000 kali menggunakan pendekatan *bootstrap*. Berikutnya membuat histogram dari data hasil *resampling* nilai statistik peta kendali SSRM dengan nilai pembobot 0,1 sebagai berikut.



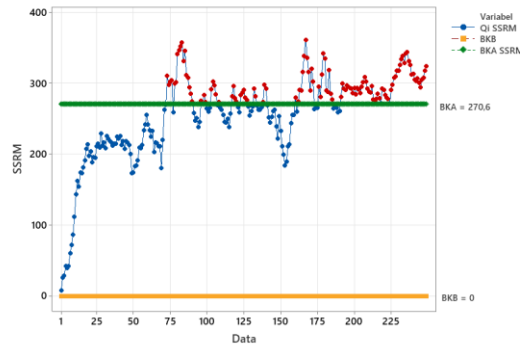
Gambar 5 Histogram Resampling Nilai Statistik SSRM dengan Bootstrap.

- Berdasarkan Gambar 5 merupakan histogram dengan sumbu horizontal adalah nilai statistik SSRM menunjukkan bahwa secara visual hasil *resampling* nilai statistik SSRM tidak tersebar merata yang ditunjukkan dengan bentuk histogram berbentuk *skewness* kiri yang mengindikasikan nilai rata-rata < median < modus. Berikutnya menghitung persentil $(1 - \alpha)$ dari hasil *resampling* nilai statistik peta kendali SSRM dimana nilai $\alpha = 0,0027$ untuk nilai $ARL_0 = 370$ untuk penentuan BKA. Berikut peta kendali SSRM pada masing-masing nilai pembobot untuk data hasil transformasi menggunakan *multivariate spatial signed rank*.

Tabel 5 Perbandingan Pembobot Peta Kendali SSRM

Pembobot (λ)	Jumlah Out of Control	Titik terjauh	BKA	Selisih
0,1	120	360,8	270,6	90,2
0,2	51	215,4	150,0	65,5
0,3	39	153,4	106,0	47,4
0,4	17	125,8	86,6	39,2
0,5	8	104,9	77,7	27,2
0,6	5	88,0	71,1	16,9
0,7	3	74,3	65,2	9,0
0,8	2	63,8	59,4	4,4
0,9	2	54,5	53,3	1,2

Dapat dilihat dari Tabel 5, dengan bobot sebesar 0,1 hingga 0,9 didapatkan peta kendali SSRM dengan jumlah data out of control (OOC) terbanyak dan nilai selisih terkecil antara batas kendali atas dengan nilai *out of control* terjauh adalah ketika menggunakan bobot sebesar 0,1. Dapat disimpulkan bahwa peta kendali SSRM yang paling sensitif terhadap pergeseran rata-rata proses pengendalian kualitas air hygiene sanitasi *Water Treatment Plant* adalah peta kendali SSRM dengan pembobotan sebesar 0,1. Berikut merupakan hasil peta kendali SSRM dengan nilai $\lambda = 0,1$ sebagai λ optimum.



Gambar 6 Peta Kendali SSRM dengan $\lambda = 0,1$.

Berdasarkan Gambar 6 pada peta kendali SSRM, dapat diketahui bahwa terdapat sebanyak 120 data pengamatan yang melebihi batas kendali. Nilai BKA hasil pendekatan *bootstrap* adalah 270,6 dan nilai BKB untuk peta kendali SSRM adalah 0. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa proses belum terkendali secara statistik. Setelah dilakukan pengendalian kualitas menggunakan peta kendali MEWMA dan peta kendali SSRM. Maka selanjutnya dilakukan perbandingan hasil pengendalian kualitas air higiene sanitasi terhadap masing-masing peta kendali dengan melihat jumlah pengamatan yang keluar dari batas kendali (*out of control*).

Tabel 6 Perbandingan Jumlah Pengamatan *Out of Control* pada Peta Kendali

Pembobot (λ)	Jumlah Pengamatan <i>Out of Control</i>	
	MEWMA	SSRM
0,1	100	120
0,2	48	51
0,3	33	39

Berdasarkan Tabel 6 terlihat bahwa pengendalian kualitas air higiene sanitasi menggunakan peta kendali SSRM dengan nilai pembobot optimum 0,1 adalah hasil pengendalian kualitas melalui peta kendali dengan jumlah pengamatan *out of control* terbanyak. Tabel di atas juga menunjukkan bahwa pada nilai pembobot 0,1 hingga 0,3, peta kendali SSRM adalah peta kendali yang lebih sensitif dibandingkan peta kendali MEWMA dalam *monitoring* rata-rata proses produksi air higiene sanitasi hasil *Water Treatment Plant*. Hal ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh Haanchumpol, Sudasna-na-Ayudthya, dan singhtaun (2020) yang menyatakan bahwa peta kendali SSRM bekerja jauh lebih baik daripada peta kendali MEWMA dalam *monitoring mean* proses. Haanchumpol, Sudasna-na- Ayudthya, dan singhtaun juga mengatakan bahwa peta kendali MEWMA sesuai digunakan untuk data yang berasal dari distribusi normal. Sedangkan hasil pengujian asumsi data air higiene sanitasi menghasilkan kesimpulan bahwa data pada penelitian ini tidak berdistribusi normal multivariat. Sehingga peta kendali MEWMA dirasa kurang sesuai untuk pengendalian kualitas air higiene sanitasi. Oleh karena itu dengan kondisi karakteristik kualitas air higiene sanitasi yang saling berpengaruh satu sama lain dan data tidak berdistribusi normal multivariat, maka peta kendali SSRM merupakan peta kendali yang paling sesuai dan *sensitive* dalam melakukan pengendalian kualitas air higiene sanitasi hasil *Water Treatment Plant*. Untuk mendapatkan hasil *monitoring* rata-rata proses yang ketat, pengendalian kualitas air higiene sanitasi dapat menggunakan peta kendali SSRM dengan nilai pembobot 0,1 sedangkan untuk mendapatkan hasil *monitoring* rata-rata proses yang lebih longgar, dapat menggunakan peta kendali SSRM dengan nilai pembobot 0,3.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa hasil pengujian asumsi pada data produksi air higiene sanitasi hasil *Water Treatment Plant* menunjukkan bahwa antar karakteristik kualitas air higiene sanitasi saling berpengaruh satu sama lain dan data tidak berdistribusi normal multivariat. Pengendalian kualitas air higiene sanitasi hasil *Water Treatment Plant* menggunakan peta kendali MEWMA dan peta kendali SSRM dengan nilai pembobot optimum bernilai 0,1 belum terkendali secara statistik yang ditandai dengan adanya pengamatan yang *out of control*. Perbandingan hasil pengendalian kualitas air higiene sanitasi menunjukkan bahwa peta kendali SSRM lebih sensitif dibandingkan peta kendali MEWMA. Hal ini ditunjukkan dengan jumlah pengamatan *out of control* peta kendali SSRM adalah yang terbanyak dibandingkan peta kendali MEWMA.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] R. Kementerian Kesehatan, "PMK No.32 ttg Standar Baku Mutu Kesehatan Air Keperluan Sanitasi, Kolam Renang,Solus Per Aqua.pdf,," [Online]. Available: http://hukor.kemkes.go.id/uploads/produk_hukum/PMK_No._32_ttg_Standar_Baku_Mutu_Kesehatan_Air_Keperluan_Sanitaasi,_Kolam_Renang,_Solus_Per_Aqua_.pdf. [Accessed 02 10 2022].
- [2] P. S. S. K. Surabaya, "Hasil Pengujian Kualitas Air," 9 2021. [Online]. Available: <https://www.pdam-sby.go.id/read/hasil-pengujian-kualitas-air>. [Accessed 07 14 2022].
- [3] K. R. d. T. R. I. Kementerian Pendidikan, Pengelolaan Kualitas Air., Jakarta: Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Kejuruan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia., 2013.
- [4] D. C. Montgomery, Introduction to Statistical Quality, New York: John Wiley & Sons, Inc., 2020.
- [5] N. D. Septiana, Pengendalian Kualitas Air PDAM Surya Sembada Kota Surabaya pada Instalasi Ngagel II Menggunakan Peta Kendali Multivariate, Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2018.
- [6] T. Haanchumpol, P. Sudasna-na-Ayudhya and C. singhtaun, "Modern Multivariate Control Chart Using Spatial Signed Rank for Non-Normal Process," *Engineering Science and Technology, an International Journal* 23, pp. 859-869, 2020.
- [7] F. Jamaluddin, H. Ali and S. S. S. Yahaya, "Robust Multivariate Exponential Weighted Moving Average Control Chart for Monitoring Multivariate Contaminated Data," *Communications in Computational and Applied Mathematics*, pp. 7-12, 2020.
- [8] R. E. Walpole, Pengantar Metode Statistika (3 ed), Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama, 1995.
- [9] W. W. Daniel, Statistika Nonparametrik Terapan, Jakarta: Gramedia, 1989.
- [10] R. a. W. D. Johnson, Applied Multivariate Statistical Analysis 6th Edition, Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2007.
- [11] J. F. Hair, W. C. Black, B. J. Babin and R. E. Anderson, Multivariate Data Analysis, Hampshire, United Kingdom: Cengage Learning, 2019.
- [12] A. C. Rencher, Methods of Multivariate Analysis, New York: John Wiley & Sons, Inc, 2002.
- [13] S. S. S and M. B. Wilk, "An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples)," in *Biometrika*, Oxford, Oxford University Press, 1965, pp. 591-611.
- [14] H. Oja and R. H. Randles, "Multivariate Nonparametric Tests," *Statistical Science*, p. 599, 2004.
- [15] S. Sirkia, J. Miettinen, K. Nordhausen, H. Oja and S. Taskinen, "Multivariate Nonparametric Methods Based on Spatial Signs and Ranks," *Package 'SpatialNP'*, p. 14, 2021.



© 2023 by the authors. This work is licensed under a Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>).