



Permodelan Elemen Hingga Hubungan Balok-Kolom yang Menggunakan Headed Bar

Yohanes G. G. L. Duran¹, Harun Alrasyid^{1,*}, Data Iranata¹

Departemen Teknik Sipil, Insitut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya¹ Koresponden*, Email: <u>harun@ce.its.ac.id</u>

Info Artikel		Abstract	
Diajukan Diperbaiki Disetujui	22 Oktober 2019 18 Desember 2019 21 Januari 2020	The beam-column joint are part of the structural element that resisting earthquakes. The research of beam-column joint has been conducted by several researchers by conducting experimental programs and numerical analysis. In general, the strength of beam-column joint depend on the anchor of reinforcement. The appearance of headed bar can be an alternative for the anchorage of reinforcement. This paper discussed the modeling of beam-column joint using headed bar as an anchorage of reinforcement with finite element analysis. Experimental	
Keywords: beam-column joint, earthquake, headed bar, finite element, vecTor2. Kata kunci: sambungan balok-kolom, gempa, <i>headed bar</i> , element hingga, vecTor2		results of Interior and Exterior Beam-Column joint from other researcher are used. The finite element analysis is performed on vecTor2. The result showed that the prediction behavior using finite element analysis provide similar performance and crack pattern with the experimental result.	
		Abstrak Hubungan balok kolom merupakan bagian dari elemen struktur dalam menahan gempa. Penelitian mengenai hubungan balok kolom telah dilakukan beberapa peneliti dengan melakukan kegiatan eksperimental dan analisa numerik. Pada umumnya kekuatan dari hubungan balok kolom tergantung dari pengangkuran tulangan. Kehadiran <i>headed bar</i> dapat menjadi alternatif untuk pengangkuran tulangan. Penelitian ini membahas model hubungan balok kolom dengan pengangkuran <i>headed bar</i> pada analisa elemen hingga. Hasil eksperimental dari penelitian mengenai hubungan balok kolom dalam dan luar digunakan dalam analisa elemen hingga. Analisa elemen hingga menggunakan program vecTor2. Hasil analisa menunjukkan bahwa prediksi perilaku menggunakan analisa elemen hingga	

1. Pendahuluan

Hubungan balok-kolom merupakan salah satu bagian struktur yang rawan terhadap gempa. Bagian struktur ini selalu menjadi perhatian baik dalam desain maupun dalam pengerjaan di lapangan. Pengangkuran menjadi salah satu unsur dalam mendesain sambungan balok-kolom.

Pengangkuran dengan kait 90 derajat dan 180 derajat merupakan pengangkuran yang paling sering dijumpai. Bahkan pengangkuran dengan kait 90 derajat dan 180 derajat sudah diatur dengan sangat detail di dalam peraturan SNI 2847-2013[1].

Seiring dengan perkembangan ilmu Pengetahun dan teknologi, pengangkuran dengan kait 90 derajat dan 180 derajat tidak lagi menjadi opsi tunggal. *Headed bar* muncul dengan memberikan kinerja yang serupa dengan kait 90 derajat dan 180 derajat pada sambungan balok-kolom eksterior. Hal ini didukung dengan hasil penelitian beberapa peneliti terkait penggunaan *headed bar* pada sambungan balok-kolom eksterior.

Headed bar merupakan batang penguat yang menempel pada satu atau kedua ujung tulangan berupa plat baja atau mur [2]. Menurut M. K. Thomson et al[3] *headed bar* terbuat dari plat atau mur yang dipasang pada satu atau kedua ujung tulangan, yang memberikan luasan atau area, yang membantu menahan tulangan terhadap gaya tarik. Gambaran skematik dari pengertian *headed bar* terlihat pada **Gambar 1**.



Gambar 2. Konsep Headed Reinforcement Bar[2]

Mrachetto[2] menyebutkan bahwa terdapat 4 jenis headed bar yaitu friction welding, threaded connection, forging dan tradisional weld. Keempat jenis headed bar dapat dilihat pada **Gambar 2**.

Wallace.et.al[4] melakukan penelitian terkait penggunaan *headed bar* pada sambungan balok-kolom tepi dan pojok terhadap beban gempa. Hasil penelitian tersebut Wallace.et.al^[4] mengungkapkan bahwa pelaksanaan pabrikasi tulangan dengan ujung tulangan yang menggunakan *headed bar* lebih mudah dibandingkan ujung tulangan yang menggunakan kait 90 derajat, penuangan beton lebih mudah, perakitan tulangan balok tepi dan pojok dapat dilakukan ditempat pabrikasi dan kemudian diletakan di tempat yang direncanakan menggunakan crane, dan perilaku spesimen dengan ujung tulangan menggunakan *headed bar* serupa atau bahkan lebih baik dari spesimen dengan ujung tulangan menggunakan kait 90 derajat.



Gambar 2. Detail Pengangkuran. Dari Kiri ke Kanan: Friction Welding, Threaded Connection, Forging dan Tradisional Weld [2]

Chun dan Kim[5] melakukan experimental dengan spesimen hubungan balok-kolom ekterior yang menggunakan tulangan dengan ujung kait 90 derajat dan *headed bar*. Hasil penelitian spesimen sambungan balok-kolom dengan ujung tulangan kait dan ujung tulangan menggunakan *headed bar* menghasilkan perilaku yang mirip.

Chun.et.al[6] melakukan penelitian terhadap sambungan balok-kolom dengan ujung tulangan menggunakan *headed bar* dan kait standar sesuai peraturan yang diterapkan di Korea. Hasil penelitian Chun.et.al[6] mengindikasikan bahwa perilaku dari sambungan balok-kolom dengan ujung tulangan menggunakan *headed bar* hampir sama atau bahkan lebih baik dari sambungan balok-kolom dengan ujung tulangan yang menggunakan kait strandar yang dipakai di Korea.

Rajagopal dan Prabavathy[7] melakukan penelitian hubungan balok-kolom eksterior terhadap tiga tipe pengangkuran. Tiga tipe pengangkuran itu diantaranya *T-type headed bar* berdasarkan ACI-352, tipe kait standar 90 derajat berdasarkan ACI-318 dan tipe tulangan kait penuh berdasarkan IS-456. Rajagopal dan Prabavathy[7] dalam penelitian tersebut menyimpulkankan bahwa *T-type headed bar* memiliki peforma yang lebih baik dari 2 tipe lainnya. *T-type headed bar* juga memudahakan dalam penuangan beton beton dan membantu percepatan konstruksi. Selain itu *T-type headed bar* merupakan alternatif dari kait standar 90 derajat. H.Yang.et.al[8] melakukan penelitian tentang perbandingan 2 metode pembebanan pada hubungan balokkolom interior. Dua metode pembebanan tersebut yaitu metode pembebanan pada kolom (*loading at column end methode*) dan metode pembebanan pada balok (*loading at beam end methode*). H.Yang.et.al[8] menemukan bahwa metode pembebanan pada balok memiliki kuat geser pada *joint* sangat tinggi dan deformasi akibat geser pada *joint* sangat tinggi dibandingkan menggunakan metode pembebanan pada kolom.

Berdasarkan referensi yang ada, ditemukan bahwa kajian hubungan balok-kolom dengan ujung tulangan yang menggunakan *headed bar* masih sebatas kajian experimental. Sedangkan untuk permodelan sambungan balok-kolom dengan analisa numerik belum pernah dilakukan sebelumnya. Pada penelitian ini akan dibahas mengenai permodelan hubungan balok-kolom dengan metode elemen hingga. Model yang dipakai adalah spesimen eksperimental dari Chun *and* Kim[5] dan H. Yang.et.al[8]. Spesimen tersebut merupakan hubungan balok kolom exterior[5] dan interior[8]. Program Finite Elemen yang digunakan adalah VecTor2[9].

VecTor2[9] merupakan program finit elemen nonlinear untuk menganalisis struktur membrane beton bertulang dua dimensi. VecTor2[9] dikembangkan di universitas Toronto sejak tahun 1990, dimana kala itu TRIX© merupakan versi aslinya. Dasar teoritis vecTor2[9] yaitu *The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear*[10] dan *The Distributed Stress Field Model for Reinforced Concrete*[11]. VecTor2[9] memiliki model retak beton seperti material ortotropik dengan *smeared*, sudut retak. Detail permodelan dan hasil analisa akan dibahas pada bagian selanjutnya.

2. Metode

2.1. Experimental

Pemodelan yang dilakukan menggunakan 2 spesimen eksperimental sebagai berikut:

a. Eksperimental Chun dan Kim (2004)

Eksperimental Chun dan Kim[5] melibatkan 4 buah spesimen yaitu JC-1, JC-2, JM-1 dan JM-2. Spesimen JC-1 dan JC-2 merupakan hubungan balok-kolom ekterior dengan ujung tulangan yang mengggunakan kait standar. Spesimen JM-1 dan JM-2 merupakan hubungan balok-kolom ekterior dengan ujung tulangan menggunakan *headed bar*.

Detail Spesimen

Spesimen hubungan balok-kolom eksterior JM-1 didesain dengan diameter tulangan longitudinal 22 mm dan diameter tulangan sengkang 10 mm. Rasio tulangan longitudinal balok dan kolom sebesar 1,52% dan 2,432%. Rasio tulangan sengkang untuk balok dan kolom sebesar 0,314% dan 0,449%. Ukuran profil balok 350 mm x 500 mm dan profil kolom 500 mm x 500 mm. Tinggi kolom 1470 mm dan pajang bentang balok 2450 mm. Secara lebih detail geometri, dimensi dan detail penulangan spesimen JM-1 dapat dilihat pada **Gambar 3**.



Gambar 3. Geometri, Dimensi dan Detail Penulangan Spesimen JM-1[5]

Properti Material

Hasil test pengujian mutu beton dan kuat tarik spesimen JM-1 dapat dilihat pada **Tabel 1**.

Tabel 1. Material Properties Spesimen JM-1[5]

Property	Value
Beton	f _c ' = 61,7 MPa
Tulangan D22	$f_y = 383,9 \text{ MPa}$ $f_u = 575,85 \text{ MPa}$
Tulangan D10	$f_y = 402,9 \text{ MPa}$ $f_u = 604,35 \text{ MPa}$

b. Eksperimental H. Yang et al (2018)

H. Yang.et.al[8] melakukan penelitian terhadap sambungan balok-kolom interior. Dalam penelitian tersebut H. Yang.et.al[8] menggunakan 2 metode pembebanan yang berbeda. Metode pembebanan tersebut adalah metode pembebanan pada kolom (*loading on the column-ends method*) atau yang disingkat *CL-method* dan metode pembebanan pada balok (*loading on the beam-ends method*) yang disingkat *BL-method*. Dalam penelitian tersebut, spesimen yang dilibatkan sebanyak 8 buah. 4 buah spesimen menggunakan *CL-method* dan 4 buah spesimen lainnya menggunakan *BL- method*.

Detail Spesimen

Spesimen hubungan balok-kolom interior CL-3 didesain dengan diameter tulangan longitudinal 16 mm dan diameter tulangan sengkang 8 mm. Rasio tulangan longitudinal balok dan kolom sebesar 0,024% dan 0,01%. Rasio tulangan sengkang untuk balok dan kolom sebesar 0,670% dan 0,287%. Ukuran profil balok 250 mm x 400 mm dan profil kolom 3500 mm x 450 mm. Tinggi kolom 1560 mm dan pajang bentang balok 1202,5 mm. Secara lebih detail ukuran profil balok dan kolom dapat dilihat pada **Gambar 4**.



Gambar 4. Geometri, Dimensi dan Detail Penulangan Spesimen CL-3[8]

Properti Material

Hasil pengujian Mutu beton dan kuat tarik baja tulangan spesimen CL-3 dapat dilihat pada **Tabel 2**.

Tabel 2. Material Properties Specimen CL-3[8]

Property	Value	
Beton	f _c ' = 34,3 MPa	
Tulon con D16	$f_y = 444 \text{ MPa}$	
Tulangan DTo	$f_u = 666 \text{ MPa}$	
Tulancan D ^g & D12	$f_y = 464 \text{ MPa}$	
Tulangan Do & D12	$f_u = 696 \text{ MPa}$	

2.2. Pemodelan Numerik

Program bantu yang akan digunakan dalam pemodelan numerik adalah VecTor2[9]. Dalam pemodelan menggunakan program bantu VecTor2[9], *discretization* yang digunakan adalah *grid superposition*. Tipe *meshing* yang digunakan adalah *rectangles* dan *triangles*. Ukuran *meshing* elemen beton yang digunakan yaitu 35 mm x 35 mm.

Model Material

Pemilihan model material sangat mempengaruhi hasil dan perilaku spesimen. Terdapat dua model material yaitu model material beton dan model material baja tulangan. Model material beton dan baja tulangan dapat dilihat pada **Gambar 5**. Model material pada **Gambar 5** ini merupakan model material beton dan baja tulangan yang digunakan untuk memodelkan spesimen JM-1 dan CL-3.



Gambar 5. The Models Page[9]

Skema Pembebanan dan boundary condition

Ada 2 tipe pembebanan yang diterapkan dalam pemodelan hubungan balok-kolom yaitu beban aksial (*axial load*) dan beban *displacement*. Spesimen JM-1 hanya diberikan beban *displacement*. Sedangkan spesimen CL-2 diterapkan 2 tipe pembebanan yaitu beban aksial dan beban *displacement* pada bagian atas kolom. Beban aksial yang diberikan sebesar 13,5 kN ($0,25A_gf_c$). Skema pembebanan spesimen JM-1 dan CL-3 dapat dilihat pada **Gambar 6** dan **Gambar 8**.

Perletakan yang digunakan dalam pemodelan ini ada dua yaitu perletakan rol dan perletakan jepit. Spesimen JM-1 diberikan perletakan jepit pada bagian bawah kolom sedangkan pada bagian atas kolom diberikan perletakan rol seperti **Gambar 6**. Spesimen CL-3 diberikan 2 tipe perletakan yaitu perletakan jepit pada bagian bawah kolom dan perletakan rol pada kedua ujung balok seperti **Gambar 8**.



Gambar 6. Metode Pembebanan Spesimen JM-1[5]



Gambar 7. Model Spesimen JM-1 pada Vector2[9]

Gambar 7 menunjukkan model spesimen JM-1 ketika dimodelkan dengan program bantu VecTor2[9]. Terlihat dua tipe *meshing* yaitu *rectangles* dan *triangles*. Terlihat pula garis berwarna kuning sejajar sumbu-Y merupakan baja tulangan kolom. Sedangkan garis yang berwarna merah sejajar sumbu-X merupakan baja tulangan balok.



Gambar 8. Metode Pembebanan Spesimen CL-3[8]





Gambar 9 menunjukkan model spesimen CL-3 ketika dimodelkan dengan program bantu VecTor2[9]. Terlihat dua tipe *meshing* yaitu *rectangles* dan *triangles*. Terlihat pula garis berwarna kuning sejajar sumbu-Y merupakan baja tulangan kolom. Garis merah sejajar sumbu-X merupakan baja tulangan balok.

3. Hasil dan Pembahasan

Setelah spesimen JM-1 dan CL-3 dimodelkan dengan program bantu VecTor2[9] maka peneliti memperoleh hasil

berupa kurva *force vs drift*, pola retak, lebar retak dan tegangan pada tulangan. Namun hasil yang bisa dibandingkan dengan hasil eksperimental adalah kurva *force vs drift* dan pola retak.

a. Spesimen JM-1

Kurva Force vs Drift

Hasil eksperimental Chun dan Kim[5] menunjukan bahwa spesimen JM-1 mencapai beban maksimum dengan nilai *force* sebesar 154,08 kN dan *drift* sebesar 7,25%. Kurva *force vs drift* hasil eksperimental dapat dilihat pada **Gambar** 4. Hasil *output* dari program bantu VecTor2 menunjukan bahwa *peak force* spesimen JM-1 sebesar 158,71 kN dengan *drift* 7,53%. Kurva *force vs drift* dapat dilihat pada gambar 10.

Tabel 3. Validasi Hasil *Experiment* dan VecTor2 spesimenJM-1

	EKSP	V2	EKSP/V2		
Force (kN)	154,08	158,71	0,971		
Drift (%)	7,25	7,53	0,963		
Eksp: Eksperimental ; V2: VecTor2					

Sumber : Hasil Analisis

Data hasil pengujian pada **Tabel 3** berupa *force* dan *drift* diperoleh ketika spesimen JM-1 mencapai *peak force*. Tabel 3 menunjukan perbandingan *force* dan *drift* antara hasil eksperimental[5] dan *output* VecTor2[9]. Perbandingan hasil eksperimental dan hasil pemodelan menggunakan program bantu VecTor2[9] sebesar 0.971 untuk *force* dan 0,963 untuk *drift*.

Kurva *force vs drift* spesimen JM-1 dapat dilihat pada gambar 10. Kurva *force vs drift* tersebut merupakan hasil eksperimental[8] dan *output* VecTor2[9] spesimen JM-1. Kurva *output* VecTor2[9] menunjukan nilai *force* lebih tinggi dibandingan hasil ekperimental Chun *and* Kim[5]. Walaupun demikian hasil validasi yang ditampilkan pada **Tabel 3** menunjukan nilai *force* dan *drift* yang cukup dekat.



Gambar 10. Grafik Force vs Drift Benda Uji JM-1 Sumber: Hasil Analisis

Pola Retak

Pola retak hasil eksperimental Chun *and* Kim[5] menunjukan kerusakan terjadi pada balok. Retak besar terjadi pada balok bahkan terlihat terjadi *cover spalling* pada balok. Kolom hanya terlihat retak halus. *Joint* terlihat retak halus dengan pola diagonal. Pola retak *output* VecTor2[9] terlihat menyerupai pola retak hasil eksperimental. Pada bagian balok telihat retak besar yang ditandai dengan garis tebal. Pada bagian kolom terlihat garis-garis halus yang menandakan terjadinya retak halus. Pada bagian *joint* terlihat garis-garis halus dengan pola diagonal. Pola retak hasil eksperimental dan *output* VecTor2[9] dapat dilihat pada Gambar 11.



Gambar 11. Pola Retak, Dari Kiri ke Kanan Eksperimental dan VecTor2 Sumber: Hasil Analisis

b. Spesimen CL-3

Hasil penelitian H. Yang.et.al[8] menujukan bahwa *maksimum force* spesiemen CL-3 sebesar 156,415 kN dengan *drift* sebesar 4,01%. Hasil pemodelan benda uji CL-3 dengan menggunakan program VecTor2[9] berupa kurva *force vs drift* menunjukan bahwa *maksimum force* sebesar 128,84 kN dengan *drift* sebesar 4,769%. Kurva hasil eksperimental H. Yang.et.al[8] berada diatas *output* VecTor2[9]. Kurva *force vs drift* dapat dilihat pada **Gambar 12**.



Gambar 12. Grafik Force vs Drift Benda Uji CL-3 Sumber: Hasil Analisis

 Tabel 4. Validasi Hasil Eksperimental dan Output VecTor2

 Spesimen CL-3

	EKSP	V2	EKSP/V2
Force (kN)	156,415	128,84	1,214
Drift (%)	4,01	4,769	1,189

Eksp: Eksperimental ; V2: VecTor2 Sumber: Hasil Analisis

Data force dan drift ketika mencapai maksimum force spesimen CL-3 dapat dilihat pada **Tabel 4**. Perbandingan force antara hasil eksperimental dan output VecTor2 sebesar 1,214. Perbandingan drift antara hasil eksperimental dan output VecTor2 sebesar 1,189. Tabel hasil validasi menunjukkan bahwa selisih force dan drift hasil eksperimental H. Yang.et.al[8] dan output VecTor2[9] cukup jauh. Perbedaan ini disebabkan slip yang terjadi pada permodelan muncul lebih awal sehingga mereduksi nilai force yang ada. Walaupun demikian kurva force vs drift hasil eksperimental H. Yang.et.al[8] dan output VecTor2[9] menunjukkan perilaku yang serupa serta hasil prediksi yang lebih konservatif.

Pola Retak

Pola retak hasil eksperimental H. Yang.et.al[8] dan *output* VecTor2 dapat dilihat pada gambar 13. Gambar 13 bagian kiri merupakan gambar pola retak spesimen CL-3 hasil eksperimental H. Yang.et.al[8]. Bagian kanan merupakan gambar pola retak spesimen CL-3 *output* VecTor2[9].



Gambar 13. Pola Retak Spesimen CL-3, Dari Kiri ke Kanan Hasil Eksperimental dan *Output* VecTor2 *Sumber: Hasil Analisis*

Pola retak pada balok hasil eksperimental terlihat didominasi retak halus. Terdapat juga retak besar pada balok yaitu pada bagian bawah dan atas balok yang dekat dengan *joint*. Bagian *joint* terlihat retak besar pada bagian tengah. Pola retak diagonal terbentuk pada daerah *joint*. Pola retak spesimen *output* VecTor2[9] terlihat serupa dengan pola retak hasil eksperimental. Pada gambar pola retak *output* VecTor2[9] terlihat ada 2 jenis garis yaitu halus dan tebal. Garis halus menunjukan retak halus sedangkan garis tebal menunjukan retak besar. Bagian balok terlihat masih didominasi retak halus namun ada juga retak besar pada bagian tepi yang dekat dengan *joint*. Pada bagian *joint* terlihat pola retak diagonal yang didominasi retak besar. Pada bagian kolom terlihat ada perbedaan pola retak antara hasil eksperimental dan *output* VecTor2[9].

4. Kesimpulan

Setelah memperoleh hasil dari pemodelan spesimen JM-1 dan CL-3 dengan menggunakan program bantu VecTor2[9] terdapat 2 poin yang bisa dibandingkan diantaranya kurva *force vs drift* dan pola retak. Hasil eksperimental dan *output* program bantu VecTor2[9] berupa kurva *force vs drift* dan pola retak memiliki kemiripan. Berdasarkan data, kurva dan gambar diperoleh beberapa poin kesimpulan yaitu sebagai berikut:

- a. Hasil berupa kurva *force vs drift* menujukan bahwa perbandingan hasil eksperimental dan hasil pemodelan dengan program VecTor2[9] untuk spesimen JM-1 berdekatan. Dimana hasil validasi sebesar 0,971 untuk *force* dan 0,963 untuk *drift*. Pola retak benda uji JM-1 hasil eksperimental dan *output* VecTor2[9] menunjukan ada kemiripan. Retak besar terjadi pada balok. Pada bagian *joint* hanya terjadi retak halus.
- b. Kurva force vs drift menujukan bahwa perbandingan hasil eksperimental dan hasil pemodelan dengan program VecTor2[9] untuk benda uji CL-3 serupa. Dimana hasil validasi sebesar 1,214 untuk force dan 1,189 untuk drift. Walaupun nilai validasi agak tinggi, namun bentuk kurva hasil eksperimental dan output VecTor2[9] serupa. Pola retak spesimen CL-3 hasil eksperimental dan output VecTor2[9] menunjukan ada kemiripan pada bagian joint. Pada bagian kolom terlihat ada perbedaan pola retak antara hasil eksperimental dan output VecTor2[9].

Daftar Pustaka

- SNI 2847 2013, "Persyaratan Beton Struktural untuk Bangunan Gedung," *Bandung Badan Stand. Indones.*, pp. 1–265, 2013.
- [2] Francesco Mrachetto, "Use of Headed Reinforcement Bars in Construction," *PhD Diss.*, 2015.
- [3] M. K. Thompson, J. O. Jirsa, J. E. Breen, and R. E. Klingner, "Anchorage Behavior of Headed Reinforcement: Literature Review," *Struct. Concr.*, vol. CRT 1855-1, no. 22, 2002.
- [4] J. W. Wallace, S. W. McConnell, P. Gupta, and P. A. Cote, "Use of headed reinforcement in beam-column joints subjected to earthquake loads," *ACI Struct. J.*, vol. 95, no. 5, pp. 590–606, 1998.
- [5] S. Chun and D. Kim, "Evaluation of Mechanical Anchorage of Reinforcement By Exterior Beam-Column Joint Experiments," *Test*, no. 0326, 2004.
- [6] S. C. Chun, S. H. Lee, T. H. K. Kang, B. Oh, and J. W. Wallace, "Mechanical anchorage in exterior beam-column joints subjected to cyclic loading," *ACI Struct. J.*, vol. 104, no. 1, pp. 102–112, 2007.
- [7] S. Rajagopal and S. Prabavathy, "Seismic behavior of exterior beam-column joint using mechanical

anchorage under reversal loading: An experimental study," *Iran. J. Sci. Technol. - Trans. Civ. Eng.*, vol. 38, no. C2, pp. 345–358, 2014.

- [8] H. Yang, W. Zhao, Z. Zhu, and J. Fu, "Seismic behavior comparison of reinforced concrete interior beam-column joints based on different loading methods," *Engineering Structures*, vol. 166. pp. 31– 45, 2018.
- [9] P. S. Wong, F. J. Vecchio, and H. Trommels, "VecTor2 and Formworks user's manual," Univ. Toronto, 2013.
- [10] F. J. Vecchio and M. P. Collins, "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Element Subjected to Shear," ACI J., 1986.
- [11] F. J. Vecchio, "The Distributed Stress Field Model fo Reinforced Concrete," J. Struct. Eng., 2000.