Kompaktifikasi Teori String Heterotik pada Manifold Calabi-Yau

Bintoro A. Subagyo[1,*]

[1] *Laboratorium Fisika Teori dan Filsafat Alam*
Jurusan Fisika FMIPA, ITS, Surabaya

Intisari

Teori superstring yang berkembang selama ini dan yang bebas anomali, memiliki dimensi kritis sepuluh. Secara fisis dimensi ruang waktu adalah empat, sehingga harus dilakukan kompaktifikasi dari dimensi sepuluh menjadi dimensi empat. Dilain pihak kompaktifikasi heterotic string $SO(32)$ dan $E_8 \times E_8$ yang memiliki $N = 1$ *Supersymmetry* yang tak rusak dari $M_{10} \to M_4 + K_6$. Dalam hal ini K adalah manifold Calabi-Yau. Dengan memanfaatkan *Hodge diamond* untuk *Calabi-Yau 3-fold*, diperoleh spektrum *massles* untuk string Heterotik $E_8 \times E_8$. © *2005 Jurusan Fisika FMIPA ITS*

KATA KUNCI: String Heterotik, Calabi-Yau 3-fold, dan Kompaktifikasi

I. PENDAHULUAN

Pada dekade tahun 1984-1994 teori superstring dianggap sebagai pendekatan yang paling menjanjikan untuk unifikasi dari seluruh gaya fundamental yang ada Pada masa awal revolusi superstring 1984-1985 terdapat lima teori superstring yang berbeda. Setiap teori mengijinkan poincar invarian vakum pada 10 dimensi [1]. Dari kelima teori yang ada, tiga teori memiliki $N = 1$ *supersimmetry* pada 10 dimensi, yaitu tipe I dan kedua tipe string heterotik. Tipe II A memiliki $N = 2$ *supersimmetry* pada 10 dimensi dan dua *supercharge* yang memiliki *chiriality* berlawanan. Sisanya tipe II B memiliki $N = 2$ *supersimmetry* pada 10 dimensi dengan dua *supercharge* yang memiliki *chiriality* berlawanan.

Teori string dalam ruang-waktu Minkowski berdimensi 9+1 (dilambangkan dengan M_{9+1} dan kemudian digantikan dengan $M_{3+1} \times K_6$. Untuk memenuhi fenomenologi $N = 1$ *supersimmetry* lokal dan beberapa persyaratan konsistensi mengimplikasikan bahwa K adalah ruang Calabi-Yau [2], [3], [4]. Dalam hal ini K itu diasumsikan *smooth*.

II. STRING HETEROTIK $SO(32)$ DAN $E_8 \times E_8$

Kita mulai dengan aksi total

$$S = \frac{1}{4\pi}\int d^2z \left\{ \frac{2}{\alpha'}\partial X^\mu \bar{\partial} X_\mu + \lambda^A \bar{\partial}\lambda^A + \tilde{\psi}^\mu \bar{\partial}\tilde{\psi}^\mu \right\} \quad (1)$$

dimana λ^A membawa simetri gauge $SO(32)$. Melalui operator product expansion (OPE) diperoleh

$$\begin{aligned} X^\mu(z,\bar{z})X^\nu(0,0) &\sim -\eta^{\mu\nu}\frac{\alpha'}{2}ln\,|z|^2 \\ \lambda^A(z)\lambda^B(0) &\sim \delta^{AB}\frac{1}{z} \\ \tilde{\psi}^\mu(\bar{z})\tilde{\psi}^\nu(0) &\sim \eta^{\mu\nu}\frac{1}{\bar{z}} \end{aligned} \quad (2)$$

Tensor energi-momentum dan *supercurrent*-nya adalah

$$\begin{aligned} T^B &= -\frac{1}{\alpha'}\partial X^\mu \partial X_\mu - \frac{1}{2}\lambda^A\partial\lambda^A, \\ \tilde{T}_B &= -\frac{1}{\alpha'}\bar{\partial} X^\mu \bar{\partial} X_\mu - \frac{1}{2}\tilde{\psi}^\mu\bar{\partial}\tilde{\psi}_\mu, \\ \tilde{T}_F &= i(2/\alpha')^{1/2}\tilde{\psi}^\mu\partial X_\mu \end{aligned} \quad (3)$$

Teori world-sheet memiliki simetri $SO(9,1) \times SO(32)$. $SO(32)$ bekerja pada λ^A, yang merupakan simetri internal. Tidak ada λ^A yang dapat memiliki sebuah signature timelike karena tidak ada kendala fermionik pada *left-moving side* untuk memindahkan keadaan dari norm negatif.

Right mowing ghost sama seperti pada superstring RNS, dan *left moving ghost* sama seperti pada string bosonik. Hal ini secara lansung membangun muatan BRST nilpotent dan menunjukkan theorema *no-gosht*, dengan sembarang kondisi periodisitas invarian BRST.

Kemudian kita perlukan adanya syarat batas pada medan dan menentukan sektor mana yang ada dalam spektrum. periodisitas untuk T_B hanya memerlukan bahwa λ^A periodik oleh sembarang rotasi $O(32)$

Fungsi partisi untuk λ adalah

$$Z_{16}(\tau) = \frac{1}{2}\left[Z_0^0(\tau)^{16} + Z_1^0(\tau)^{16} + Z_0^1(\tau)^{16} + Z_1^1(\tau)^{16}\right] \quad (4)$$

*E-MAIL: b_anang@yahoo.co.uk

Transformasi modular hanya menukar keempat suku, tanpa fasa oleh $\tau \to -1/\tau$ dan sebuah fasa dari $\exp(2\pi i/3)$ oleh $\tau \to \tau + 1$. Bentuk fungsi partisi diatas paralel dengan $Z_\psi^+(\tau)$ pada string tipe II tetapi dengan seluruh tanda (+). Untuk suku Z_1^1 bertransformasi hanya kepada dirinya sendiri dan tandanya hanya bergantung pada *chirality* sektor R. Tiga lainnya, didefinisikan dengan menghilangkan *chiriality* pada satu atau kedua sektor R yang ekivalen secara fisis. Tanda minus relatif pada suku pertama dan kedua dari $Z_\psi^+(\tau)$ muncul dari F pada *ghost superconformal*, yang tidak terdapat pada sisi *left-moving* dari string heterotik. Tanda minus pertama dan ketiga berasal dari statistika ruang-waktu, namun λ merupakan skalar ruang-waktu dan juga merupakan keadaan sektor R-nya. Jadi modular invariance dan statistika spin ruang-waktu seluruhnya konsisten dengan fungsi partisi.

Left-movers diberikan dengan bilangan quantum dari $SO(8) \times SO(32)$ dan right-mover dengan bilangan quantum dari $SO(8)$. Closed string mengkombinasikan keadaan right dan left moving pada massa yang sama. Left moving memiliki tachyon, tetapi tidak terdapat pasangannya pada right mover, sehingga teorinya bebas tachyon. Pada tingkat massles, produk-nya

$$(\mathbf{1}_\nu, \mathbf{1}) \times (\mathbf{8}_\nu + \mathbf{8}) = (\mathbf{1}, \mathbf{1}) + (\mathbf{28}, \mathbf{1}) + (\mathbf{35}, \mathbf{1}) + (\mathbf{56}, \mathbf{1}) + (\mathbf{8}', \mathbf{1}) \quad (5)$$

merupakan tipe I multiplet supergravitasi. Produk dari

$$(\mathbf{1}, \mathbf{496}) \times (\mathbf{8}_\nu + \mathbf{8}) = (\mathbf{8}_\nu, \mathbf{496}) + (\mathbf{8}, \mathbf{496}) \quad (6)$$

adalah sebuah gauge multiplet $N = 1$ dalam adjoint $SO(32)$. Oleh karena itu simetri gauge berada dalam ruang-waktu.

String heterotik kedua diperoleh dengan pembagian λ^A kedalam dua set dari 16 dengan syarat batas independen,

$$\lambda^A(w + 2\pi) = \begin{cases} \eta\lambda^A(w), & A = 1, \ldots, 16 \\ \eta'\lambda^A(w), & A = 17, \ldots, 32 \end{cases} \quad (7)$$

dengan η dan η' masing-masing ± 1.

Kemudian fungsi partisi untuk teori string heterotik yang kedua diberikan oleh

$$Z_8(\tau)^2 = \frac{1}{4}\left[Z_0^0(\tau)^8 + Z_1^0(\tau)^8 + Z_0^1(\tau)^8 + Z_1^1(\tau)^8\right]^2 \quad (8)$$

yang bertransformasi dengan cara yang sama sebagai $Z_\psi^\pm$ dan Z_{16}. Fermion berada pada grup 16, sehingga tanda minus pada $Z_\psi^\pm$ dikuadratkan.

Secara keseluruhan,$SO(8)$spin $\times$ SO(16) $\times$ SO(16) mengandung seluruh tingkat massles pada sisi kiri yaitu

$$(\mathbf{8}_\nu, \mathbf{1}, \mathbf{1}) + (\mathbf{1}, \mathbf{120}, \mathbf{1}) + (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{120}) + (\mathbf{1}, \mathbf{128}, \mathbf{1}) + (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{128}) \quad (9)$$

Dengan mengkombinasikannnya bersama right-moving $\mathbf{8}_\nu$ memberikan vektor boson massles untuk setiap $SO(16)$ yang bertransformasi sebagai $\mathbf{120} + \mathbf{128}$. Terdapat sebuah grup, grup excepsional E_8, yang memiliki sebuah subgrup $SO(16)$ yang mana E_8 adjoint $\mathbf{248}$ bertransformasi sebagai $\mathbf{120} + \mathbf{128}$. Jelaslah bahwa teori string heterotik kedua memiliki grup gauge $E_8 \times E_8$. Teori world-sheet memiliki simetri penuh $E_8 \times E_8$. Arus tambahan yang diberikan dari bosonisasi diberikan oleh

$$\exp\left[i \sum_{K=1}^{16} q_K H^K(z)\right]. \quad (10)$$

Untuk E_8 yang pertama muatannya adalah

$$q_K = \begin{cases} \pm\frac{1}{2}, & K = 1, \ldots, 8 \\ 0, & K = 9, \ldots, 16 \end{cases}, \quad \sum_{K=1}^{16} q_K \in 2\boldsymbol{Z}, \quad (11)$$

Spektrum massles adalah $d = 10$, multiplet $N = 1$ supergravitasi ditambah sebuah multiplet gauge $E_8 \times E_8$. Bilangan quantum $SO(8)\mathrm{spin} \times \mathrm{E}_8 \times \mathrm{E}_8$ dari medan massles adalah

$$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}) + (\mathbf{28}, \mathbf{1}, \mathbf{1}) + (\mathbf{35}, \mathbf{1}, \mathbf{1}) + (\mathbf{56}, \mathbf{1}, \mathbf{1}) + (\mathbf{8}', \mathbf{1}, \mathbf{1}) + (\mathbf{8}_\nu, \mathbf{248}, \mathbf{1}) + (\mathbf{8}, \mathbf{248}, \mathbf{1}) + (\mathbf{8}_\nu, \mathbf{1}, \mathbf{248}) + (\mathbf{8}, \mathbf{1}, \mathbf{248}) \quad (12)$$

Untuk syarat konsistensi dibutuhkan fermion yang berada pada grup 16. $SO(32)$ dan $E_8 \times E_8$ merupakan string heterotik supersimetrik dalam sepuluh dimensi.

III. MANIFOLD CALABI-YAU

Manifold Calabi-yau merupakan Manifold Kähler dengan *First Chern Classes* $c_1 = 0$. Kähler manifold adalah manifold kompleks dengan sebuah metrik hermitian yang berbentuk khusus. Batasan tambahan dapat dinyatakan dalam berbagai cara. Manifold Kompleks sama seperti manifold real dan memberikan isi yang lebih kaya lagi [5], [6], [7].

A. Manifold Kompleks

Definisi 1 *M sebuah ruang Hausdorff dengan sebuah basis yang dapat dihitung. Jika satu anggota dari koordinat chart $(U_\alpha, \varphi_\alpha)$ pada M diberikan sehingga U_α membentuk open cover dari M, dan setiap φ_α homeomorphisme dari U_α ke sebuah open set pada C_m memenuhi kondisi bahwa untuk sembarang U_α,U_β dengan $U_\alpha \cap U_\beta \neq \emptyset$,*

$$\varphi_\beta \circ \varphi_\alpha^{-1} : \varphi_\alpha(U_\alpha \cap U_\beta) \to \varphi_\beta(U_\alpha \cap U_\beta)$$

merupakan pemetaan holomorphic antar dua open set pada C_m, kemudian M disebut sebuah ***manifold kompleks m-dimensi****.*

Dua manifold kompleks adalah ekivalen jika terdapat pemetaan holomorphic satu-satu diantara kedua manifold kompleks tersebut. Sebuah metrik Hermitian pada sebuah manifold kompleks adalah

$$G_{ij} = G_{\bar{i}\bar{j}} = 0 \tag{13}$$

Pada manifold kompleks dapat kita definisikan $(p, q) - form$ yang memiliki p indeks antisimetrik holomorphic dan q antisimetrik indeks antiholomorphic,

$$\omega_{i_1 \dots i_p \bar{j}_1 \dots \bar{j}_q} \tag{14}$$

Kita dapat memisahkan exterior derivative, $d = \partial + \bar{\partial}$ dimana

$$\partial = dz^i \partial_i, \quad \text{dan} \quad \bar{\partial} = \mathrm{d}\bar{\mathrm{z}}^{\mathrm{i}} \partial_{\mathrm{i}} \tag{15}$$

Kemudian ∂ dan $\bar{\partial}$ merubah kedalam $(p, q + 1) - form$ secara berurutan. Masing-masing adalah nilpotent.

Oleh karena itu kita dapat definisikan *cohomology Dolbeault*

$$H^{p,q}_{\bar{\partial}}(K) = \frac{\bar{\partial} - closed\ \ (p, q) - form \text{ pada K}}{\bar{\partial} - exact\ \ (p, q) - form \text{ pada K}} \tag{16}$$

Dimensi dari $H^{p,q}_{\bar{\partial}}(K)$ adalah Hodge number $h^{p,q}$.

B. Kähler Manifold

Salah satu cara untuk mendefinisikan sebuah Khler manifold adalah banwa Khler form tertutup,$dJ_{1,1} = 0$. Kedua adalah bahwa parallel transport mengubah indeks holomorphic hanya kedalam indeks holomorphic. Dengan kata lain, holonomy-nya di $U(1) \subset SO(2n)$. Pernyataan akhir yang ekivalen adalah bahwa metrik secara lokal berbentuk

$$G_{i,j} = \frac{\partial}{\partial z^i} \frac{\partial}{\partial \bar{z}^j} K(z, \bar{z}) \tag{17}$$

Kemudian cohomology-nya

$$H^{p,q}_{\bar{\partial}}(K) = H^{p,q}_{\partial}(K) = H^{p,q}(K) \tag{18}$$

adalah sama. Hubungan antara hodge number dengan betti number

$$b_k = \sum_{p=0}^{k} h^{p,k-1} \quad . \tag{19}$$

Konjugat kompleks memberikan $h^{p,q} = h^{q,p}$.

C. Manifold dari Holonomy $SU(3)$

Sebuah manifold memiliki holonomy $SU(3)$ jika dan hanya jika manifold tersebut Ricci-flat dan Khler. Untuk sebuah Khler manifold, hanya komponen campuran saja R_{ij} dari Ricci tensor yang tidak nol. Kemudian Ricci form

$$\mathcal{R}_{ij} = R_{i\bar{j}} dz^i d\bar{z}^{\bar{j}} \tag{20}$$

bersifat closed, $\mathcal{R}_{1,1} = 0$. Hal tersebut mendefinisikan sebuah class ekivalen dalam $H^{1,1}(K)$. Dengan normalisasi $\mathcal{R}_{1,1}/2\pi$, yang disebut dengan *first class* c_1 . Jelaslah bahwa class ini trivial untuk sebuah manifold Ricci-flat. Untuk sembarang Khler manifold dengan $c_1 = 0$ terdapat sebuah metrik Ricci-flat unik dengan sebuah struktur kompleks yang diberikan dan Kähler class. Penghilangan first chern class, berarti bahwa $\mathcal{R}_{1,1}$ adalah exact yang disebut sebagai Calabi-Yau Manifold.

D. Calabi-Yau $3 - fold$

Beberapa sifat yang penting dari Calabi-Yau 3-fold digambarkan dalam grup cohomology-nya. Grup De Rham cohomology definisikan sebagai ruang hasil bagi dari modulo exact exterior form tertutup. Yaitu, elemen dari yang merupaan class dari exterior $p - form$ sehingga $d\omega = 0$.

Selanjutnya kita akan mereduksi jumlah Hodge number yang independen dengan memanfaatkan dualitas Hodge strar, konjugasi kompleks dan dualitas holomorphic. Dualitas Hodge star memberikan implikasi $b_{p,q} = b_{n-q,n-p}$. Untuk konjugasi kompleks memberikan $(p - q) - form$ berasosiasi dengan $(q - p) - form.$ sehingga $b_{p,q} = b_{q,p}$. Dualitas Holomorphic merupakan gambaran khusus dari ruang Calabi-Yau dan dijamin oleh eksistensi dan keunikan dari volume-form holomorphic, Ω. Kemudian

$$b_{0,q} = b_{0,3-q}, \quad b_{p,0} = b_{3-p,0} \quad . \tag{21}$$

Dengan meninjau Calabi-Yau manifold dalam dimensi tiga kompleks, sehingga $b_{p,q} \equiv 0$ jika $p + q > 6$, penggunaan dari hubungan diatas mereduksi jumlah dari hodge number independen :

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & b_{0,0} & & & \\
 & & b_{1,0} & & b_{0,1} & & \\
 & b_{2,0} & & b_{1,1} & & b_{0,2} & \\
1 & & b_{2,1} & & b_{1,2} & & b_{0,3} \\
 & b_{3,1} & & b_{2,2} & & b_{1,3} & \\
 & & b_{3,2} & & b_{2.3} & & \\
 & & & 1 & & &
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{ccccccc}
 & & & 1 & & & \\
 & & b_{1,0} & & b_{1,0} & & \\
 & b_{1,0} & & b_{1,1} & & b_{1,0} & \\
1 & & b_{2,1} & & b_{2,1} & & 1 \\
 & b_{1,0} & & b_{1,1} & & b_{1,3} & \\
 & & b_{1,0} & & b_{1,0} & & \\
 & & & 1 & & &
\end{array}$$

Theorema Bochner mengatakan Untuk sembarang (De Rham) $s - form$ harmonik ω, ambil

$$\begin{aligned} F(\omega) \ &:= \ R^{\ n}_{m} \omega_{[nr_2 \dots r_s]} \omega^{[mr_2 \dots r_s]} \\ &+ \ \frac{s-1}{2} R^{\ n\ p}_{m\ q} \omega_{[nqr_3 \dots r_s]} \omega^{[mpr_3 \dots r_s]} \end{aligned} \tag{22}$$

Disini, R_m^n dan $R_{m\ q}^{n\ p}$ adalah tensor Ricci dan tensor Riemann secara berurutan.

Dengan memilih metrik Ricci-flat pada Calabi-Yau 3-fold, R_m^n hilang, sehingga $F(\omega) \equiv 0$ untuk $1 - form$. Olehkarena itu ω harmonik, dan juga harus konstan secara kovarian. Tetapi ω bertransformasi sebagai $\mathbf{3} + \mathbf{3}^*$ oleh holonomy $SU(3)$, sehingga bertransformasi secara nontrivial oleh *parallel transport* dan dan tidak dapat menjadi konstan secara kovarian. Oleh karena itu, $b_1 = 0$ dan $b_{1,0} = b_{0,1}$ dan kita sudah menurunkan form general yang disebut Hodge diamond untuk Calabi-Yau $3 - fold$:

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & 1 & & & \\
 & & 0 & & 0 & & \\
 & 0 & & b_{1,1} & & 0 & \\
1 & & b_{2,1} & & b_{2,1} & & 1 \\
 & 0 & & b_{1,1} & & 0 & \\
 & & 0 & & 0 & & \\
 & & & 1 & & &
\end{array}
$$

IV. SPREKTRUM *MASSLES*

Sekarang kita tinjau fluktuasi spektrum disekitar background. Disisni kita gunakan kasus rendah a, g, b, dan untuk membedakan fluktuasi dari medan background. Operator gelombang yang bermacam-macam terpisah kedalam bagian noncompact dan bagian internal,

$$
\begin{aligned}
\nabla_M \nabla^M &= \partial_\mu \partial^\mu + \nabla_m \nabla^m \\
\Gamma_M \nabla^M &= \Gamma_\mu \partial^\mu + \Gamma \nabla_m \nabla^m
\end{aligned} \tag{23}
$$

Solusinya terpisah kedalam sebuah penjumlahan seluruh fungsi x^μ dikalikan sebuah complete set dari fungsi y^m . Medan massles dalam dimensi empat muncul dari modus medan massles pada dimensi sepuluh yang dihilangkan oleh bagian internal dari operator gelombang.

Indeks sepuluh dimensi terpisah menjadi $M \to \mu, i, \bar{\imath}$. Adjointnya terdekomposisi oleh

$$E_8 \times E_8 \to SU(3) \times E_6 \times E_8 \tag{24}$$

menjadi

$$a : (\mathbf{1}, \mathbf{78}, \mathbf{1}) + (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{128})$$

$$ix : (\mathbf{3}, \mathbf{27}, \mathbf{1}), \quad \bar{\imath}\bar{x} : (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{27}, \mathbf{1}), \quad i\bar{\jmath} : (\mathbf{8}, \mathbf{1}, \mathbf{1}) \tag{25}$$

a melambangkan adjoint dari $E - 6 \times E_8$, x $\mathbf{27}$ dari E_6 dan i, j, $\mathbf{3}$ dari $SU(3)$.

Spektrumnya chirial dan net number dari generasi dikurangi anti generasi adalah

$$\left|h^{2,1} - h^{1,1}\right| = \frac{|x|}{2} \tag{26}$$

Sekarang kita tinjau medan supergravitasi bosonik, g_{MN}, b_{MN}, dan ϕ. Komponen-komponen dengan indeks non kompact $g_{\mu\nu}$, $b_{\mu\nu}$, dan ϕ, masing-masing memiliki modus nol tunggal (fungsi konstan) memberikan medan yang berhubungan dalam empat dimensi.

Komponen $g_{\mu i}$ dan $b_{\mu i}$ adalah $(1,0) - form$ dalam ruang internal dan tidak memiliki modus nol karena $h^{1,0} = 0$. Secara khusus, modus *massles* dari $g_{\mu i}$ akan menjadi gauge boson Kaluza-Klein, yang mana berkorespondensi satu-satu dengan simetri kontinu dari ruang internal. Dapat ditunjukkan bahwa sebuah Calabi-Yau manifold tidak memiliki simetri kotinu.

Komponen g_{ij} berkaitan dengan perubahan dalam struktur kompleks, karena sebuah perubahan koordinat dibutuhkan untuk membawa metrik kembali ke bentuk hermitian. Medan ini simetrik dan bukan $(p,q) - form$, tetapi dengan trik yang sama untuk $a_{i\bar{l}\bar{m}x}$ dapat kita bentuk

$$g_{i\bar{l}\bar{m}} = g_{ij} G^{j\bar{k}} \Omega_{\bar{k}\bar{l}\bar{m}} \tag{27}$$

Operator gelombang adalah Δ_d dan number dari struktur kompleks moduli adalah $h^{2,1}$. Hal tersebut merupakan medan kompleks, dengan $g_{\bar{\imath}\bar{\jmath}}$ sebagai konjugatnya. Medan bij adalah sebuah $(2,0) - form$ dan memiliki modus nol $h^{2,0} = 0$.

Fluktuasi $g_{i\bar{\jmath}}$ adalah sebuah $(1,1) - form$, dan operator gelombangnya adalah Δ_d. Kemudian hal tersebut memberikan moduli real $h^{1,1}$. Medan bij juga sebuah $(1,1) - form$ dan memberikan moduli real. Kombinasinya dapat membentuk medan kompleks $h^{1,1}$.

V. KESIMPULAN

Pada Kompaktifikasi superstring disini mereduksi dari sepuluh dimensi ke empat dimensi $M_{10} \to M_4 + K_6$. K mensyaratkan Calabi-Yau manifold. Kompaktifikasi pada Calabi-Yau manifold menghasilkan, untuk setiap manifold K, sebuah string vakum yang konsisten untuk grup gauge tidak lebih besar dari $E_6 \times E_8$ dan $N = 1$ supersymmetry. Lebih lanjut terdapat massles fermion. Massles fermion dalam 27 dari E_6 yang merupakan model *grand unified* yang menarik.

Kompaktifikasi pada Calabi-Yau manifold ini menghasilkan spektrum massles berupa $d = 4$, $N = 1$ supergravitasi: $G_{\mu\nu}$ dan gravitino, dilaton-axion chirial superfields S, gauge boson dan gauginos dalam adjoint dari $E_6 \times E_8$, $h^{2,1}$ chirial superfield dalam $\mathbf{27}$ dari E_6, $h^{2,1}$ chirial superfield dalam $\bar{\mathbf{27}}$ dari E_6, $h^{2,1}$ chirial superfield untuk struktur moduli kompleks, $h^{1,1}$ chirial superfield untuk Kähler moduli, dan beberapa jumlah untuk singlet E_6 dari $H^1 EndT$.

[1] P. K. Townsend, *Four Lectures on M-Theory*, hep-th/9612121 (1996).
[2] M. Kaku, *Introduction to Superstring and M-Theory*, New York: Springer-Verlag (1999)
[3] P. Candelas, G. T. Horowitz, A. Strominger, dan E. Witten, *Vacuum Configuration for Superstring* Nuclear Physics, **B258**,46(1985)
[4] M. B. Green, J. H. Schwarz, , dan E. Witten, *Superstring Theory*, Cambridge: Cambridge University Press (1987).
[5] T. Hübsch, *Calabi-Yau Manifolds: A Bestiary for Physicists*, Singapore: World Scientific (1992).
[6] S. S. Chern, W. H. Chen, dan K. S. Lam, *Lectures on Differential Geometry*, Singgapore: World Scientific (1997).
[7] P. Candelas, dan X. C. de la Ossa, *Moduli Space of Calabi-Yau Manifolds*, Nuclear Physics, **B355**, 455 (1991).