Limits: Journal of Mathematics and Its Applications
E-ISSN: 2579-8936
P-ISSN: 1829-605X
Vol. 19, No. 1, Mei 2022, 87-100
DOI: http://dx.doi.org/10.12962/limits.v19i1.12249

Rumus Bilangan Reproduksi Dasar Covid-19 dengan Adanya Vaksinasi Dosis 1 dan 2

Aini Fitriyah [1]
[1] Prodi Matematika, Universitas Islam Negeri Walisongo Semarang, Indonesia
e-mail: ainifitriyah@walisongo.ac.id

Diajukan: 3 Februari 2022, Diperbaiki: 17 Maret 2022, Diterima: 31 Maret 2022

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan rumus bilangan reproduksi dasar Covid-19 dengan adanya vaksinasi. Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur. Langkah penelitian diawali dengan menyusun model matematika penyebaran Covid-19 dengan adanya vaksinasi, menentukan rumus bilangan reproduksi dasar dan simulasi. Model matematika Covid-19 yang disusun membedakan subpopulasi rentan yang sudah melakukan vaksinasi dosis 1 dan 2, serta membedakan subpopulasi terinfeksi yang belum dan sudah pernah mendapatkan vaksinasi sebelumnya sehingga terbentuk model $SV_1V_2EII_vR$. Dari model matematika yang terbentuk, diperoleh rumus bilangan reproduksi dasar yang terdiri dari beberapa jenis parameter. Hasil analisis penelitian sesuai dengan simulasi dengan menggunakan *software* Matlab. Sebagian data simulasi diambil berdasarkan data Covid-19 dan vaksinasinya di wilayah Provinsi Jawa Tengah. Hasil simulasi menunjukkan semakin besar parameter proporsi individu rentan melakukan vaksinasi, semakin kecil nilai bilangan reproduksi dasar. Hal ini berarti Covid-19 dapat menghilang jika semakin banyak individu yang melakukan vaksinasi Covid-19.

Kata Kunci: Bilangan Reproduksi Dasar, Model Matematika Covid-19, Vaksinasi

Abstract

This study aims to determine the basic reproduction number for Covid-19 with vaccination. The research method used is a literature study. The research step begins with construct a mathematical model of Covid-19 with vaccination, determining the basic reproduction formula and simulation. The mathematical model of Covid-19 is constructed by distinguishing susceptible subpopulations that have vaccinated doses 1 or 2, as well as infected subpopulations that have been vaccinated or not before. The model is $SV_1V_2EII_vR$. *The analysis shows that the basic reproduction formula consists of several types of parameters. It is in accordance with simulation by using Matlab software. Simulation was taken based on Covid-19 and vaccination data in the Central Java Province. It shows that the greater the value of individual being vaccinated, the lower the basic reproduction number. This means that Covid-19 can disappear if more individuals get vaccinated against Covid-19.*

Keywords*: basic reproduction number, Covid-19 mathematical model, vaccination*

1 Pendahuluan

Pada kasus penyebaran penyakit terdapat istilah bilangan reproduksi dasar. Bilangan reproduksi dasar adalah rata-rata jumlah infeksi sekunder yang dihasilkan oleh satu individu terinfeksi dan menularkan yang terjadi pada subpopulasi rentan [1]. Sementara Saputro [2] menyatakan bilangan reproduksi dasar sebagai seberapa banyak seorang terinfeksi bisa menularkan penyakitnya kepada orang lain. Semakin besar nilai bilangan reproduksi dasar, maka semakin mudah peyakit tersebut menular dan begitu pula sebaliknya.

Sejak awal terjadinya pandemi covid-19, bilangan reproduksi dasar telah diperhitungkan oleh para peneliti untuk mengetahui seberapa cepat penyakit tersebut menyebar dan memprediksi kapan penyakit tersebut akan punah atau menghilang. Perolehan nilai reproduksi dasar penyebaran covid-19 yang berbeda oleh masing-masing peneliti merupakan hal wajar. Namun demikian secara umum bilangan reproduksi dasar kasus covid-19 cukup tinggi, diperkirakan antara 2 hingga 2,5. Bahkan dalam satu studi menyebutkan bahwa awal penularan covid-19 yang terjadi di Wuhan, Cina, bisa mencapai bilangan reproduksi dasar sebesar 5,7 [3]

Perbedaan nilai bilangan reproduksi dasar dalam berbagai hasil riset dapat terjadi karena banyak faktor. Salah satu faktor diantaranya adalah model matematika penyakit yang terbentuk tidak selalu sama [4]. Setiap riset yang ada memperbaharui model matematika pada riset sebelumnya. Pembaharuan model tersebut diperlukan agar hasil analisis semakin mendekati fenomana riil. Saat ini kajian tentang model matematika Covid-19 pun banyak mengalami perkembangan. Mulai dari yang paling sederhana berbentuk SIR [5][6][7] hingga model yang lebih kompleks dengan memperhatikan adanya kelompok individu yang menimbulkan gejala atau tidak [8] maupun faktor migrasi terinfeksi Covid-19 [9] hingga dengan memperhatikan adanya pemberian vaksin [10][11][12].

Analisis lebih lanjut tentang perhitungan bilangan reproduksi dasar penyebaran Covid-19 telah dilakukan oleh peneliti-peneliti sebelumnya. Sitinjak, A. A. [13] dan Alimohmadi, Y. Dkk [14] telah mendahului dalam melakukan studi dalam penentuan bilangan reproduksi dasar dari covid-19. Perbedaan studi tersebut dengan riset ini adalah model matematika dalam riset ini memperhatikan adanya vaksin sebagaimana fenomena vaksin yang baru ditemukan dan diwajibkan untuk seluruh kalangan masyarakat. Sementara itu, riset oleh Alimohamadi dkk dilakukan dengan cara melakukan *review* dan mengkaji secara meta-analisis. Hal tersebut berbeda dengan penelitian ini yaitu melakukan perhitungan secara matematis untuk mendapatkan rumus baru bilangan reproduksi dasar penyebaran covid-19 dengan adanya vaksinasi. Kebaruan lain dari penelitian ini adalah pencarian nilai bilangan reproduksi dasar covid-19 di wilayah Jawa Tengah berdasarkan data terbaru yang bisa diperoleh.

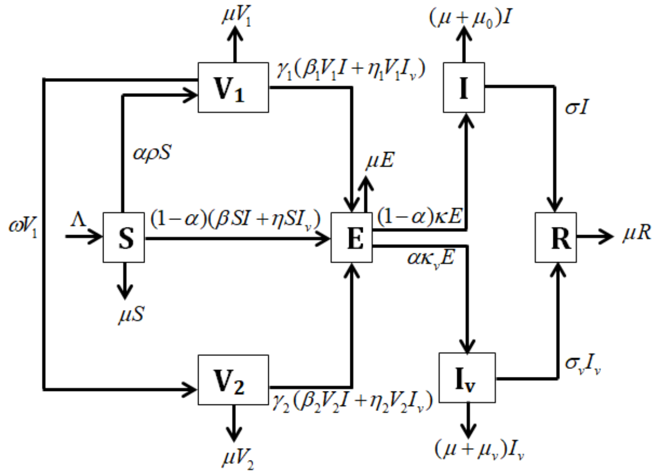
Model matematika covid-19 yang dibentuk dalam penelitian ini, cenderung merujuk pada penelitian oleh Wintachai [10], Azizah [11] dan Ghostine [12]. Ketiga penelitian tersebut mengonstruksi model matematika covid-19 dengan memperhatikan vaksinasi. Namun pada penelitian Wintachai, model berbentuk SEIR dan v hanya dipandang sebagai parameter tingkat vaksinasi populasi. Berbeda dengan penelitian ini yang memunculkan kompartemen V. Di sisi lain, studi yang dilakukan oleh Azizah dan Ghostine telah memunculkan kompartemen V namun tidak memperhatikan efek vaksin yang bisa mengurangi beratnya penyakit bila individu yang sudah divaksin tersebut terinfeksi virus sebagaimana yang dikaji dalam penelitian ini.

2 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode *library research* (studi literatur). Peneliti mempelajari dari berbagai sumber terkait landasan teori maupun informasi lainnya yang diperlukan dalam penelitian. Sumber yang dimaksud dapat berupa penelitian terdahulu, jurnal, buku, maupun media lainnya. Penelitian diawali dengan penyusunan asumsi, pemodelan matematika, analisis dinamik, simulasi data hingga penarikan kesimpulan

3 Hasil dan Pembahasan

Pemodelan matematika penyebaran Covid-19 dalam studi ini mengasumsikan penyakit covid-19 fatal (menyebabkan kematian), masa inkubasi singkat, tingkat kematian alami setiap subpopulasi sama, dan individu yang sembuh dari covid-19 mengalami kekebalan imunitas sehingga tidak akan menjadi individu rentan kembali. Selain itu individu terinfeksi yang belum dan sudah pernah melakukan vaksinasi (dosis 1 maupun 2) mempunyai tingkat kesembuhan berbeda. Selanjutnya populasi dibagi menjadi 7 yaitu kelompok individu rentan (*S*), individu yang telah melakukan vaksinasi covid-19 dosis 1 (V_1), individu yang telah melakukan vaksinasi covid-19 dosis 2 (V_2), individu dalam masa inkubasi (*E*), individu terinfeksi covid-19 yang belum pernah melakukan vaksinasi baik dosis 1 maupun dosis 2 (*I*), individu terinfeksi covid-19 yang sudah pernah melakukan vaksinasi baik dosis 1 maupun dosis 2 (I_v) dan individu yang dinyatakan sembuh dari penyakit covid-19 (*R*). Gambar 1 menunjukkan diagram transfer model matematika penyakit Covid-19 dengan adanya vaksinasi.



Gambar 1. Diagram Transfer Model Matematika Penyakit Covid-19 dengan Adanya Vaksinasi

Berdasarkan Gambar 1, terbentuk sistem persamaan diferensial (1) dengan parameter sebagaimana Tabel 1.

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \Lambda-\big((1-\alpha)(\beta I+\eta I_v)+\alpha\rho+\mu\big)S \\
\frac{dV_1}{dt} &= \alpha\rho S-\big(\gamma_1(\beta_1 I+\eta_1 I_v)+\omega+\mu\big)V_1 \\
\frac{dV_2}{dt} &= \omega V_1-\big(\gamma_2(\beta_2 I+\eta_2 I_v)+\mu\big)V_2 \\
\frac{dE}{dt} &= (1-\alpha)(\beta I+\eta I_v)S+\gamma_1(\beta_1 I+\eta_1 I_v)V_1 \\
&\quad +\gamma_2(\beta_2 I+\eta_2 I_v)V_2-\big((1-\alpha)\kappa+\alpha\kappa_v+\mu\big)E \qquad (1) \\
\frac{dI}{dt} &= (1-\alpha)\kappa E-\big(\sigma+\mu+\mu_0\big)I \\
\frac{dI_v}{dt} &= \alpha\kappa_v E-\big(\sigma_v+\mu+\mu_v\big)I_v \\
\frac{dR}{dt} &= \sigma I+\sigma_v I_v-\mu R
\end{aligned}$$

Dengan kondisi awal

$$0\le S(0),\ V_1(0),\ V_2(0),\ E(0),\ I(0), I_v(0),\ R(0)\le 1.$$

Tabel 1. Definisi Parameter pada Sistem (1)

Parameter	Definisi	Satuan
Λ	Tingkat kelahiran	Hari^{-1}
β	Tingkat kontak infektif individu rentan dan individu terinfeksi yang belum pernah melakukan vaksinasi	Hari^{-1}
β_1	Tingkat kontak infektif individu tervaksinasi dosis 1 dan individu terinfeksi yang belum pernah melakukan vaksinasi	Hari^{-1}
β_2	Tingkat kontak infektif individu tervaksinasi dosis 2 dan individu terinfeksi yang	Hari^{-1}

Parameter	Definisi	Satuan
	belum pernah melakukan vaksinasi	
η	Tingkat kontak infektif individu rentan dan individu terinfeksi yang sudah pernah melakukan vaksinasi	Hari^{-1}
η_1	Tingkat kontak infektif individu tervaksinasi dosis 1 dan individu terinfeksi yang sudah pernah melakukan vaksinasi	Hari^{-1}
η_2	Tingkat kontak infektif individu tervakasinasi dosis 2 dan individu terinfeksi yang sudah pernah melakukan vaksinasi	Hari^{-1}
ρ	Tingkat individu rentan melakukan vaksinasi dosis 1	Hari^{-1}
ω	Tingkat individu tervaksinasi dosis 1 melakukan vaksinasi tahap 2	Hari^{-1}
κ	Tingkat perkembangan penyakit menjadi individu terinfeksi yang belum pernah melakukan vaksinasi dari individu laten	Hari^{-1}
κ_v	Tingkat perkembangan penyakit menjadi individu terinfeksi yang sudah pernah melakukan vaksinasi dari individu laten	Hari^{-1}
σ	Tingkat kesembuhan individu terinfeksi yang belum pernah melakukan vaksinasi	Hari^{-1}
σ_v	Tingkat kesembuhan individu terinfeksi yang sudah pernah melakukan vaksinasi (baik dosis 1 maupun 2)	Hari^{-1}
μ	Tingkat kematian alami	Hari^{-1}
μ_0	Tingkat kematian yang disebabkan oleh penyakit covid-19 pada individu terinfeksi yang belum pernah melakukan vaksinasi	Hari^{-1}
μ_v	Tingkat kematian yang disebabkan oleh penyakit covid-19 pada individu terinfeksi yang sudah pernah melakukan vaksinasi (dosis 1 maupun 2)	Hari^{-1}
α	Proporsi individu rentan melakukan vaksinasi dosis 1	-
γ_1	Prosentase ketidakefektifan vaksinasi dosis 1	persen
γ_2	Prosentase ketidakefektifan vaksinasi dosis 2	persen

Untuk mendapatkan bilangan reproduksi dasar, perlu diketahui titik ekuilibrium bebas penyakit. Perolehan titik ekuilibrium bebas penyakit model sebagaimana termuat dalam Teorema 1.

Teorema 1 *Sistem persamaan diferensial (1) selalu mempunyai titik ekuilibrium bebas penyakit yaitu*

$$\overline{TE} = \{\overline{S}, \overline{V_1}, \overline{V_2}, 0, 0, 0, 0\}$$

dengan $\overline{S} = \dfrac{\Lambda}{\alpha\rho + \mu}$, $\overline{V_1} = \dfrac{\Lambda\alpha\rho}{(\omega + \mu)(\alpha\rho + \mu)}$, *dan* $\overline{V_2} = \dfrac{\Lambda\alpha\rho\omega}{\mu(\omega + \mu)(\alpha\rho + \mu)}$

Bukti:

Dimisalkan titik ekuilibrium bebas penyakit disimbolkan sebagai $\overline{TE}=\{\overline{S},\overline{V_1},\overline{V_2},\overline{E},\overline{I},\overline{I_v},\overline{R}\}$. Titik ekuilibrium bebas penyakit didapat dengan cara membuat setiap persamaan pada Sistem (1) sama dengan nol dan tidak ada satu individupun yang terinfeksi penyakit sehingga $\overline{E}=\overline{I}=\overline{I_v}=0$

Jika keadaan tersebut diterapkan pada Sistem (1) maka diperoleh $\overline{R}=0$, $\overline{S}=\frac{\Lambda}{\alpha\rho+\mu}$, $\overline{V_1}=\frac{\alpha\rho\overline{S}}{(\omega+\mu)}$, dan $\overline{V_2}=\frac{\omega\overline{V_1}}{\mu}$. Jadi diperoleh TE bebas penyakit $\overline{TE}=\{\overline{S},\overline{V_1},\overline{V_2},0,0,0,0\}$ dengan

$$\overline{S}=\frac{\Lambda}{\alpha\rho+\mu},$$

$$\overline{V_1}=\frac{\Lambda\alpha\rho}{(\omega+\mu)(\alpha\rho+\mu)}, \text{dan}$$

$$\overline{V_2}=\frac{\Lambda\alpha\rho\omega}{\mu(\omega+\mu)(\alpha\rho+\mu)} \quad \square$$

Selanjutnya penentuan bilangan reproduksi dasar dengan menggunakan metode matriks generasi berikutnya (*the next generation matrix*) sebagaimana Teorema 2.

Teorema 2 *Bilangan repoduksi dasar model matematika Covid-19 sistem (1) adalah*

$$R_0=\frac{\left((1-\alpha)\beta\overline{S}+\gamma_1\beta_1\overline{V}_1+\gamma_2\beta_2\overline{V}_2\right)(1-\alpha)\kappa}{k_1k_2}+\frac{\left((1-\alpha)\eta\overline{S}+\gamma_1\eta_1\overline{V}_1+\gamma_2\eta_2\overline{V}_2\right)\alpha\kappa_v}{k_1k_3}$$

dengan

$$k_1=(1-\alpha)\kappa+\alpha\kappa_v+\mu,$$

$$k_2=\sigma+\mu+\mu_0,$$

$$k_3=\sigma_v+\mu+\mu_v,$$

$$\overline{S}=\frac{\Lambda}{\alpha\rho+\mu},$$

$$\overline{V_1}=\frac{\Lambda\alpha\rho}{(\omega+\mu)(\alpha\rho+\mu)},$$

$$\overline{V_2}=\frac{\Lambda\alpha\rho\omega}{\mu(\omega+\mu)(\alpha\rho+\mu)}$$

Bukti:

Diambil persamaan kompartemen *E, I* dan *Iv* pada Sistem (1) lalu dibentuk

$$\mathbf{F}=\begin{bmatrix}(1-\alpha)(\beta I+\eta I_v)S+\gamma_1(\beta_1 I+\eta_1 I_v)V_1+\gamma_2(\beta_2 I+\eta_2 I_v)V_2\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}=\begin{bmatrix}\left((1-\alpha)\kappa+\alpha\kappa_v+\mu\right)E\\\left(\sigma+\mu+\mu_0\right)I-(1-\alpha)\kappa E\\\left(\sigma_v+\mu+\mu_v\right)I_v-\alpha\kappa_v E\end{bmatrix}$$

Lalu dibentuk matriks *F* dan W berordo 2x2 yang diperoleh dari

$$F=\left[\frac{\partial\mathbf{F}_i}{\partial x_j}(0,\overline{y})\right]\text{dan } W=\left[\frac{\partial\mathbf{W}_\mathbf{i}}{\partial x_j}(0,\overline{y})\right]$$

dengan $i,j=1,2$ dan $(0,\overline{y})$ adalah titik ekuilibirum bebas penyakit. Matriks generasi berikutnya adalah perkalian matriks *F* dan W^{-1} setelah disubstitusikan titik ekuilibrium bebas penyakit. Diperoleh

$$\begin{aligned}F&=\frac{\partial\mathbf{F}_i}{\partial x_j}(0,\overline{y})\\&=\begin{bmatrix}0&(1-\alpha)\beta\overline{S}+\gamma_1\beta_1\overline{V}_1+\gamma_2\beta_2\overline{V}_2&(1-\alpha)\eta\overline{S}+\gamma_1\eta_1\overline{V}_1+\gamma_2\eta_2\overline{V}_2\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}W&=\frac{\partial\mathbf{W}_i}{\partial x_j}(0,\overline{y})\\&=\begin{bmatrix}(1-\alpha)\kappa+\alpha\kappa_v+\mu&0&0\\-(1-\alpha)\kappa&\sigma+\mu+\mu_0&0\\-\alpha\kappa_v&0&\sigma_v+\mu+\mu_v\end{bmatrix}\end{aligned}$$

Dengan menggunakan metode kofaktor, diperoleh invers *W* adalah

$$W^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{k_1}&0&0\\\frac{\kappa(1-\alpha)}{k_1k_2}&\frac{1}{k_2}&0\\\frac{\alpha\kappa_v}{k_1k_3}&0&\frac{1}{k_3}\end{pmatrix}\text{ dengan : }\begin{aligned}k_1&=(1-\alpha)\kappa+\alpha\kappa_v+\mu\\k_2&=\sigma+\mu+\mu_0\\k_3&=\sigma_v+\mu+\mu_v\end{aligned}$$

Selanjutnya perkalian FW^{-1} menghasilkan dua nilai eigen berbeda yaitu

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0,\ \lambda_3 = \frac{\left((1-\alpha)\beta\overline{S} + \gamma_1\beta_1\overline{V}_1 + \gamma_2\beta_2\overline{V}_2\right)(1-\alpha)\kappa}{k_1k_2} + \frac{\left((1-\alpha)\eta\overline{S} + \gamma_1\eta_1\overline{V}_1 + \gamma_2\eta_2\overline{V}_2\right)\alpha\kappa_v}{k_1k_3}$$

dengan

$$k_1 = (1-\alpha)\kappa + \alpha\kappa_v + \mu,$$
$$k_2 = \sigma + \mu + \mu_0,$$
$$k_3 = \sigma_v + \mu + \mu_v,$$
$$\overline{S} = \frac{\Lambda}{\alpha\rho + \mu},$$
$$\overline{V_1} = \frac{\Lambda\alpha\rho}{(\omega+\mu)(\alpha\rho+\mu)},$$
$$\overline{V_2} = \frac{\Lambda\alpha\rho\omega}{\mu(\omega+\mu)(\alpha\rho+\mu)}$$

Karena semua parameter bernilai positif, maka radius spektral matriks FW^{-1} atau yang menjadi formula bilangan reproduksi dasar adalah λ_3. Dengan demikian terpenuhi Teorema 2. □

Selanjutnya disajikan simulasi yang dapat mendukung perhitungan rumus bilangan reproduksi dasar yang diperoleh. Simulasi model dilakukan dengan menggunakan *software* Matlab dan diujikan dengan menggunakan nilai awal dari data kasus Covid-19 yang terjadi di wilayah provinsi Jawa Tengah. Jika nilai awal simulasi dalam penelitian ini disusun per ratusan juta, maka nilai pecahan masing-masing subpopulasi dapat disajikan sebagaimana Tabel 2.

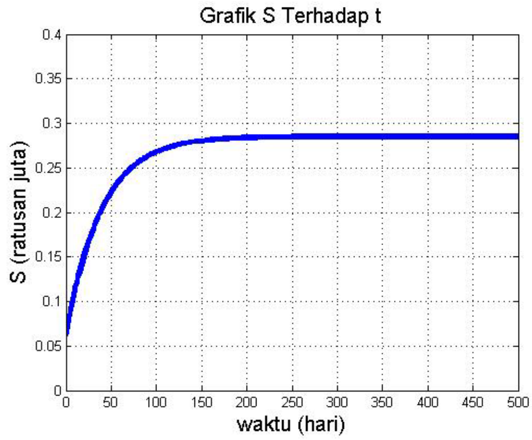
Tabel 2. Pengambilan Nilai Awal Variabel dan Nilai Parameter dalam Model

Variabel	Nilai	Keterangan	Variabel	Nilai	Keterangan
$S(0)$	0,06124993	asumsi	η_2	0,002	asumsi
$V_1(0)$	0,17481647	[15]	ρ	0,0222	perhitungan
$V_2(0)$	0,10077476	[15]	ω	0,0071	perhitungan
$E(0)$	0,00298117	asumsi	κ	0,087	asumsi
$I(0)$	0,00384559	asumsi	κ_v	0,05	asumsi
$I_v(0)$	0,00100616	asumsi	σ	0,05	asumsi
$R(0)$	0,00449632	[16]	σ_v	0,67	asumsi
Λ	0,0073	asumsi	μ	0,012	asumsi
β	0,007	asumsi	μ_0	0,17	asumsi
β_1	0,005	asumsi	μ_v	0,04	asumsi

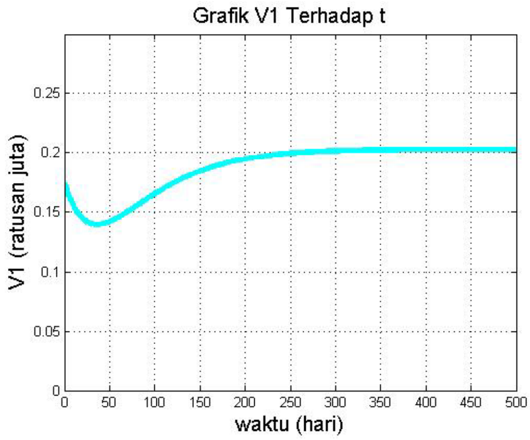
Variabel	Nilai	Keterangan	Variabel	Nilai	Keterangan
β_2	0,002	asumsi	α	0,6125	[15]
η	0,007	asumsi	γ_1	0,447	asumsi
η_1	0,005	asumsi	γ_2	0,22	[17]

Berdasarkan nilai awal dan parameter Tabel 2, perhitungan untuk titik ekuilibrium bebas penyakit diperoleh: $\overline{TE} = \{0,2852; 0,203; 0,1201; 0; 0; 0; 0\}$ dan bilangan reproduksi dasar sebesar

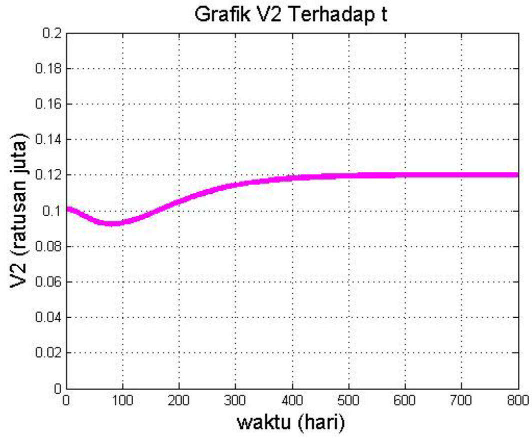
$$
\begin{aligned}
R_0 &= \frac{\left((1-\alpha)\beta\overline{S}+\gamma_1\beta_1\overline{V}_1+\gamma_2\beta_2\overline{V}_2\right)(1-\alpha)\kappa}{k_1k_2}+\frac{\left((1-\alpha)\eta\overline{S}+\gamma_1\eta_1\overline{V}_1+\gamma_2\eta_2\overline{V}_2\right)\alpha\kappa_v}{k_1k_3} \\
&= 0,47 \\
&< 1
\end{aligned}
$$



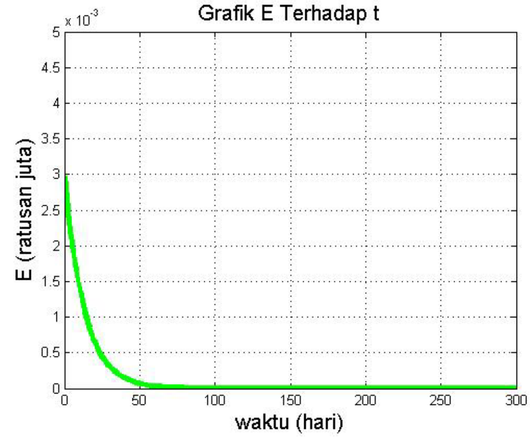
a



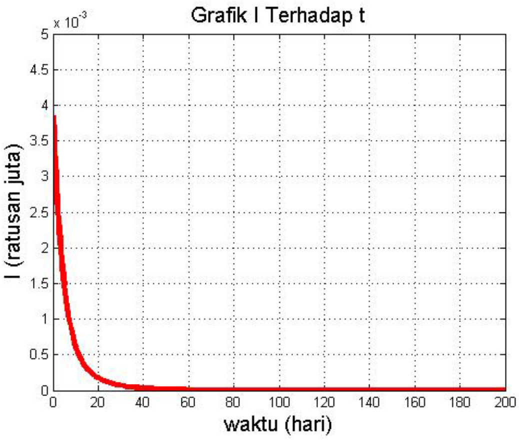
b



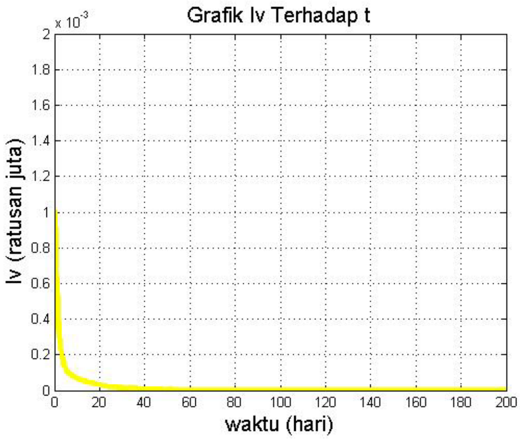
c



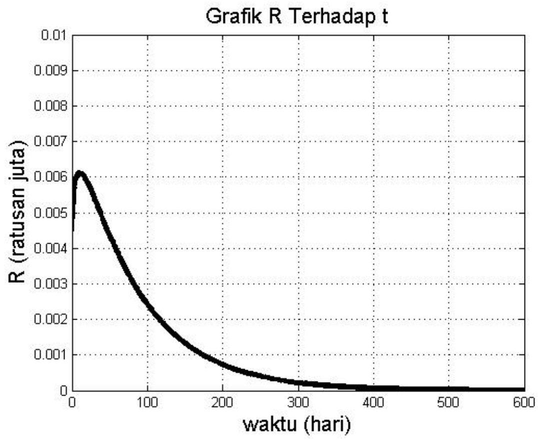
d



e



f



g

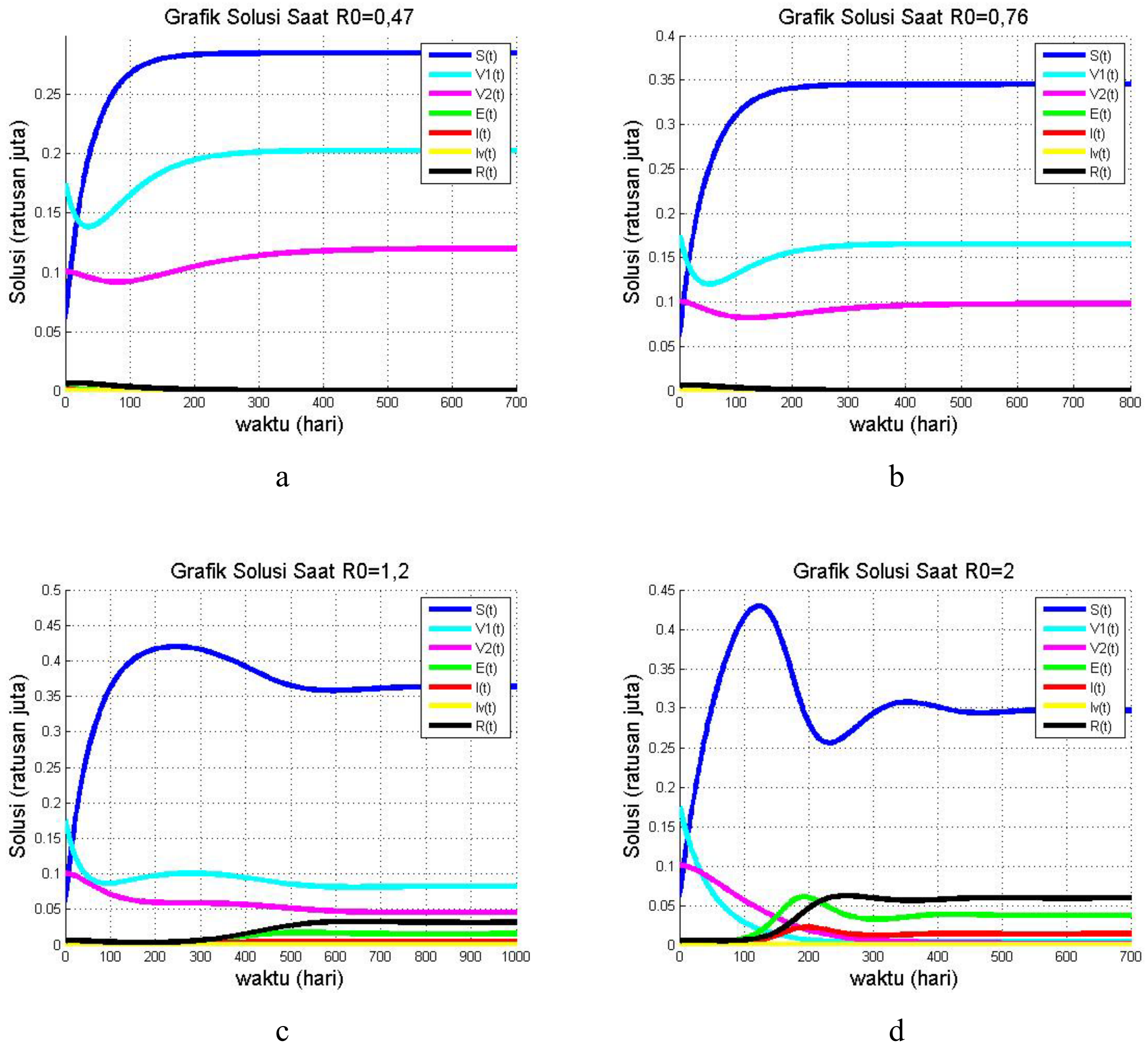
Gambar 2a-2g. Grafik Solusi masing-masing Subpopulasi saat $R_0 = 0,47$

Berdasarkan Gambar 2a-2g, saat $R_0 = 0,47$ solusi model matematika Covid-19 menuju angka-angka pada titik ekuilibrium bebas penyakit. Hal ini terlihat dari solusi masing-masing subpopulasi S, V_1, V_2, E, I, I_v dan R yang berturut-turut menuju $0,2852; 0,203; 0,1201; 0; 0; 0; 0$.

Selanjutnya disajikan grafik solusi model dengan variasi nilai bilangan reproduksi dasar. Variasi nilai tersebut diperoleh dengan mengubah nilai α sedemikian hingga didapat nilai bilangan reproduksi dasar yang berbeda yaitu $R_0 = 0,47$, $R_0 = 0,76$, $R_0 = 1,2$ dan $R_0 = 2$. Selain α, semua nilai parameter yang disubstitusikan ke dalam formula nilai keempat R_0 tersebut sama. Pengambilan nilai parameter α dapat dilihat dalam Tabel 3.

Tabel 3. Pengambilan Nilai Parameter untuk Beberapa Bilangan Reproduksi Dasar

Parameter	**Nilai untuk** $R_0 = 0,47$	**Nilai untuk** $R_0 = 0,76$	**Nilai untuk** $R_0 = 1,2$	**Nilai untuk** $R_0 = 2$
α	0,6125	0,4125	0,2125	0,0125



Gambar 3a-3d. Grafik Solusi Sistem Persamaan Diferensial (1) dengan variasi nilai R_0

Berdasarkan Gambar 3a saat $R_0 = 0,47$ solusi masing-masing subpopulasi S, V_1, V_2, E, I, I_v dan R berturut-turut menuju $0,2852; 0,203; 0,1201; 0; 0; 0; 0$ dan bedasarkan Gambar 3b saat $R_0 = 0,76$ solusi masing-masing subpopulasi S, V_1, V_2, E, I, I_v dan R berturut-turut menuju $0,345; 0,1654; 0,0979; 0; 0; 0; 0$. Sementara berdasarkan perhitungan, angka-angka tersebut adalah titik ekuilibrium bebas penyakit pada masing-masing kondisi R_0. Jadi dapat disimpulkan bahwa saat $R_0 < 1$ grafik solusi Sistem Persamaan Diferensial (1) selalu menuju titik ekuilibrium bebas penyakit.

Di sisi lain saat $R_0 > 1$ grafik solusi Sistem Persamaan Diferensial (1) selalu menuju pada satu titik yang bukan merupakan titik ekuilibrium bebas penyakit. Berdasarkan Gambar 3c dan 3d, saat $R_0 = 1,2$ dan $R_0 = 2$ grafik solusi $E(t), I(t)$ dan $I_v(t)$ menuju suatu nilai positif yang tidak sama dengan nol. Hal ini menunjukkan bahwa saat $R_0 > 1$ Covid-19 akan menjadi penyakit endemik yang selalu ada di tengah masyarakat. Perubahan nilai α yang menyebabkan perubahan pada nilai bilangan reproduksi dasar menujukkan bahwa proporsi individu rentan yang mau melakukan vaksinasi Covid-19 memberikan pengaruh terhadap laju penyebaran Covid-19.

4 Simpulan

Berdasarkan susunan asumsi, terbentuk model 98actor98ika penyakit Covid-19 dengan adanya vaksinasi sebagaimana system persamaan diferensial (1). Rumus bilangan reproduksi dasar pada model 98actor98ika penyebaran Covid-19 dengan adanya vaksinasi sebagaimana Teorema 2. Diantara parameter-parameter pada bilangan reproduksi dasar, proporsi individu rentan yang mau melakukan vaksinasi Covid-19 cukup memberikan pengaruh terhadap perubahan nilai bilangan reproduksi dasar. Berdasarkan simulasi, semakin besar proporsi individu rentan yang mau melakukan vaksinasi Covid-19 maka semakin kecil bilangan reproduksi dasar. Dengan demikian dapat dilakukan upaya konkrit meningkatkan kesadaran dan mendorong masyarakat untuk melakukan vaksinasi Covid-19 agar Covid-19 dapat segera menghilang. Hasil simulasi ini sesuai dengan uji efektivitas vaksinasi di Indonesia yang dilakukan oleh Junaedi dkk [18] yang menghasilkan kesimpulan bahwa adanya vaksinasi baik dosis 1 maupun 2 memberikan pengaruh nyata pada kasus perkembangan Covid-19 di Indonesia selain 98actor PPKM dan PSBB. Uji efektivitas dilakukan dengan standar eror 5% (tingkat kepercayaan 95%).

5 Daftar Pustaka

[1] Z. Ma and J. Li, *Dinamical Modeling and Analysis of Epidemics*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2009.

[2] A. P. Saputro, *Matematika Untuk Kehidupan: Fungsi Eksponensial*. Deepublish, 2019.

[3] S. Sanche, Y. T. Lin, C. Xu, E. Romero-Severson, N. Hengartner, and R. Ke, “High contagiousness and rapid spread of severe acute respiratory syndrome coronavirus 2,” *Emerg. Infect. Dis.*, vol. 26, no. 7, p. 1470, 2020.

[4] H. Najafimehr, K. Mohamed Ali, S. Safari, M. Yousefifard, and M. Hosseini, “Estimation of basic reproduction number for COVID-19 and the reasons for its differences,” *Int. J. Clin. Pract.*, vol. 74, no. 8, pp. 6–7, 2020, doi: 10.1111/ijcp.13518.

[5] R. Teguh, A. S. Sahay, and F. F. Adji, “Pemodelan Penyebaran Infeksi Covid-19 Di Kalimantan, 2020,” *J. Teknol. Inf. J. Keilmuan dan Apl. Bid. Tek. Inform.*, vol. 14, no. 2, pp. 171–178, 2020, doi: 10.47111/jti.v14i2.1229.

[6] Sifriyani and D. Rosadi, "Pemodelan Susceptible Infected Recovered (Sir) Untuk Estimasi Angka Reproduksi Covid-19 Di Kalimantan Timur Dan Samarinda," *J. Media Stat.*, no. July, pp. 1–13, 2020.

[7] M. Fajar, "Estimation of COVID-19 reproductive number case of Indonesia (estimasi angka reproduksi novel coronavirus (COVID-19)," *ResearchGate*, no. March, pp. 1–7, 2020, doi: 10.13140/RG.2.2.32287.92328.

[8] I. Ahmed, G. U. Modu, A. Yusuf, P. Kumam, and I. Yusuf, "A mathematical model of Coronavirus Disease (COVID-19) containing asymptomatic and symptomatic classes," *Results Phys.*, vol. 21, p. 103776, 2021, doi: 10.1016/j.rinp.2020.103776.

[9] E. A. D. Kurniawan and A. Dianpermatasari, "Model Matematika SEAR dengan Memperhatikan Faktor Migrasi Terinfeksi untuk Kasus COVID-19 di Indonesia," *Limits J. Math. Its Appl.*, vol. 18, no. 2, pp. 142–153, 2021.

[10] P. Wintachai and K. Prathom, "Stability analysis of SEIR model related to efficiency of vaccines for COVID-19 situation," *Heliyon*, vol. 7, no. 4, p. e06812, 2021, doi: 10.1016/j.heliyon.2021.e06812.

[11] M. Azizah, "Model Matematika Penyebaran Penyakit Coronavirus Disease 2019 (Covid-19) Dengan Vaksinasi, Isolasi Mandiri, Dan Karantina Di Rumah Sakit," *J. Sains dan Mat.*, vol. 2019, p. 97, 2020, [Online]. Available: https://repository.uinjkt.ac.id/dspace/handle/123456789/56206.

[12] R. Ghostine, M. Gharamti, S. Hassrouny, and I. Hoteit, "Ghostine-2021-An extended seir model with vacc.pdf," *Mathematics*, vol. 9, p. 636, 2021.

[13] A. A. Sitinjak, "Penentuan Rumus Bilangan Berproduksi Dasar pada Model Matematika Covid-19 dari Model SIR yang Dimodifikasi," *J. Edumatsains*, vol. 5, no. 2, pp. 203–210, 2021.

[14] Y. Alimohamadi, M. Taghdir, and M. Sepandi, "Estimate of the basic reproduction number for COVID-19: a systematic review and meta-analysis," *J. Prev. Med. Public Heal.*, vol. 53, no. 3, p. 151, 2020.

[15] "Vaksinasi Covid-19 Nasional," *Kementerian Kesehatan Republik Indonesia*, 2021. https://vaksin.kemkes.go.id/#/vaccines (accessed Nov. 01, 2021).

[16] "Tanggap Covid-19 Provinsi Jawa Tengah," *Pemerintah Provinsi Jawa Tengah*, 2021. https://corona.jatengprov.go.id/ (accessed Nov. 02, 2021).

[17] A. Simatupang, "Mengupas vaksin covid-19 dan nutrisi untuk lansia," *Repository.Uki.Ac.Id*, pp. 1–21, 2021.

[18] D. Junaedi, M. R. Arsyad, F. Salistia, and R. Moh., "Menguji Efektivitas Vaksinasi Covid-19 di Indonesia," *Reslaj Relig. Educ. Soc. Laa Roiba J.*, vol. 4, no. 1, pp. 158–167, 2022, doi: 10.47476/reslaj.v4i2.558.