Limits: Journal of Mathematics and Its Applications
E-ISSN: 2579-8936
P-ISSN: 1829-605X
Vol. 21, No. 1, Maret 2024, 13-27
DOI: http://dx.doi.org/10.12962/limits.v21i1.14541

# Analisis Volatilitas dan *Value at Risk* pada Franklin Global Sukuk Luxembourg menggunakan model GARCH dan KF-GARCH

**Latifatul Mamnunah [1] *, Endah R.M. Putri [2] , Erna Apriliani [3] , Nuri Wahyuningsih [4]**
[1,2,3]Departemen Matematika ITS Surabaya Indonesia
[4]Departemen Aktuaria ITS Surabaya Indonesia
e-mail:latifatul.mamnunah@gmail.com

*Diajukan: 11 Oktober 2022, Diperbaiki: 19 Maret 2024, Diterima: 5 April 2024*

**Abstrak**

Sukuk merupakan salah satu instruman pasar modal yang berbasis syariah. Masalah muncul ketika krisis keuangan global 2007 hingga 2008 sehingga meningkatkan ketidakpastian sistem ekonomi di seluruh dunia yang telah menyentuh pasar sukuk yang menyebabkan volatilitas tinggi pada return sukuk. Volatilitas didefinisikan sebagai ukuran ketidakpastian pada pengembalian harga aset saat berinvestasi. Paper ini bertujuan untuk menganalisa volatilitas pada Franklin Global Sukuk Luxembourg menggunakan model GARCH dan Kalman Filter-GARCH (KF-GARCH). Model GARCH merupakan metode yang dapat digunakan untuk memodelkan data deret waktu bidang finansial yang sangat tinggi volatilitasnya. Serta penggunaan Kalman Filter yang merupakan suatu metode estimasi yang optimal akan memberikan hasil estimasi yang lebih baik. Sehingga nantinya metode Kalman Filter ini dapat diterapkan untuk estimasi parameter model GARCH untuk memperbaiki hasil prediksi volatilitas return sukuk. Selain analisa volatilitas return sukuk, penelitian ini juga bertujuan untuk analisa estimasi risiko pada Franklin Global Sukuk Luxembourg. Metode yang digunakan untuk estimasi risiko adalah menggunakan *Value at Risk* (VaR). VaR merupakan besar kerugian maksimum yang diterima investor sehingga perhitungan Value at Risk (VaR) ini akan memberikan masukan dan membantu investor untuk meminimalisir kerugian dalam berinvestasi.

Model GARCH yang sesuai untuk Franklin Global Sukuk Luxembourg dari analisis data return sukuk yang dilakukan adalah GARCH(1,0), Kemudian parameter dari model GARCH(1,0) tersebut diestimasi dengan Kalman Filter (KF-GARCH). Nilai MAPE hasil prediksi model KF-GARCH lebih kecil daripada prediksi model GARCH(1,0) yang diestimasi paremeternya menggunakan MLE. Hal ini menunjukkan bahwa estimasi menggunakan Kalman Filter menghasilkan simulasi yang lebih baik (akurat). Perhitungan estimasi risiko dengan menggunakan simulasi Monte Carlo pada Franklin Global Sukuk Luxembourg menggunakan model GARCH menghasilkan risiko 0.32% terhadap besar dana investasi sedangkan menggunakan model KF-GARCH adalah 0.31% terhadap besar dana investasi.

**Kata Kunci**: Sukuk, Volatilitas, Value at Risk, GARCH, Kalman Filter

***Abstract***

*Sukuk is a sharia-based capital market instrument. Problems arose when the global financial crisis of 2007 to 2008 increased uncertainty in the economic system throughout the world which touched the sukuk market, causing high volatility in sukuk returns. Volatility is defined as a measure of uncertainty in an asset's price return when investing. This paper aims to analyze volatility in the Franklin Global Sukuk Luxembourg using the GARCH and Kalman Filter-GARCH (KF-GARCH) models. The GARCH model is a method that can be used to model time series data in the financial sector which has very high volatility. And the use of the Kalman Filter, which is an optimal estimation method, will provide better estimation results. So that later the Kalman Filter method can be applied to estimate GARCH model parameters to* *improve the prediction results of sukuk return volatility. Apart from analyzing the volatility of sukuk returns, this research also aims to analyze risk estimates on the Franklin Global Sukuk Luxembourg. The method used to estimate risk is Value at Risk (VaR). VaR is the maximum loss received by investors, so this Value at Risk (VaR) calculation will provide input and help investors to minimize losses in investing.*

*The appropriate GARCH model for Franklin Global Sukuk Luxembourg from the sukuk return data analysis carried out is GARCH(1.0). Then the parameters of the GARCH(1.0) model are estimated with the Kalman Filter (KF-GARCH). The MAPE value predicted by the KF-GARCH model is smaller than the prediction by the GARCH(1,0) model whose parameters were estimated using MLE. This shows that estimation using the Kalman Filter produces better (accurate) simulations. Risk estimation calculations using Monte Carlo simulations on the Franklin Global Sukuk Luxembourg using the GARCH model produce a risk of 0.32% of the investment fund size, while using the KF-GARCH model it is 0.31% of the investment fund size.*

***Keywords***: *Sukuk, Volatility, Value at Risk, GARCH, Kalman Filter*

# 1 Pendahuluan

Sukuk adalah salah satu instrumen pasar modal berbasis syariah dimana sukuk merupakan obligasi versi syariah. Namun sukuk tidak seperti obligasi sebagai efek hutang. Menurut *The Accounting and Auditing Organization for Islamic Financial Institutions* (AAOIFI), sukuk diartikan sebagai sertifikat dengan nilai yang sama yang merupakan bukti kepemilikan yang tidak terbagi atas kepemilikan aset dasar, manfaat, jasa atau kegiatan investasi khusus. Jadi Sukuk berbeda dengan obligasi sebagai efek hutang [1].

Yves Mersch (2009) mengatakan bahwa Luxembourg merupakan negara barat yang memiliki pendekatan positif terhadap keuangan Islam. Pada akhir tahun 70-an didirikan Syariah Banking System Holding Limited Luxembourg dan pada tahun 1982 didirikan perusahaan asuransi jiwa Tafakol SA. Berdasarkan statistik terkini, tercatat 15 sukuk yang diterbitkan di Luxembourg dengan nilai gabungan 5 miliar Euro. Ada 40 Dana yang dikelola dan dipromosikan oleh perusahaan investasi global terkemuka [2]. Namun, masalah muncul selama krisis keuangan global tahun 2007 hingga 2008 ketika penurunan penerbitan sukuk meningkatkan ketidakpastian sistem ekonomi di seluruh dunia yang telah menyentuh pasar sukuk, sehingga menyebabkan pengembalian investasi sukuk yang memburuk [1]. Pengembalian investasi yang buruk akan menyebabkan fluktuasi atau volatilitas yang tinggi pada return sukuk, serta return sukuk yang bervariasi dan tidak konstan dari waktu ke waktu.

Terdapat banyak time series dalam bidang keuangan, misalnya data time series yang memiliki variasi yang berbeda-beda setiap saat. Variasi variabel ini terjadi karena berkaitan dengan risiko yang ditanggung investor. Menurut [3] data deret waktu dengan varian tidak konstan disebut data deret waktu dengan heteroskedastisitas bersyarat. Saat menganalisis time series dengan kondisi heteroskedastisitas, metode least square tidak dapat digunakan karena akan memberikan informasi yang salah dan pengujian hipotesis yang tidak valid. Model GARCH dapat memodelkan permasalahan keragaman heteroskedastisitas sehingga dapat diketahui hasil prediksi variabilitas kesalahan. Tidak hanya kekurangan metode kuadrat terkecil dapat dikoreksi, rentang kesalahan yang diprediksi juga dapat dihitung. Prediksi ini biasanya menarik, terutama dalam aplikasi keuangan [4]. Model GARCH pertama kali diperkenalkan oleh [5]. Model GARCH merupakan pengembangan dari model ARCH dan dapat memodelkan permasalahan keragaman heteroskedastisitas. Tujuan paper ini adalah melakukan prediksi volatilitas menggunakan model GARCH, serta penggunaan Kalman Filter yang merupakan metode estimasi yang optimal yang akan memberikan hasil estimasi yang lebih baik. Sehingga nantinya metode Kalman Filter dapat diterapkan pada model GARCH untuk meningkatkan hasil prediksi volatilitas return sukuk.

Peneliti sebelumnya telah menerapkan model GARCH dan Kalman Filter pada beberapa permasalahan diantaranya adalah penerapan model GARCH untuk analisis volatilitas pada sukuk Dow Jones oleh [1] dan hasilnya mendapatkan model GARCH(1,1). Kemudian, penerapan estimasi Kalman Filter pada model ARIMA untuk peramalan harga minyak mentah bulanan di Pakistan oleh [6] yaitu dengan menggunakan hasil estimasi parameter model ARIMA sebagai nilai awal untuk proses estimasi Kalman Filter. Hasil yang didapatkan adalah model ARIMA GARCH dengan MAE 525,78 sedangkan metode Kalman Filter untuk mgestimasi parameter pada model ARIMA menghasilkan nilai MAE sebesar 421,91. Selanjutnya, penerapan model Kalman-ARIMA dan model Kalman-ARIMA-GARCH untuk prediksi deformasi struktur jembatan berdasarkan data GNSS(*Global Navigation Satellite System*) oleh [7]. Pertama, data deformasi mentah langsung diproses terlebih dahulu menggunakan Kalman Filter untuk mengurangi *noise*. Setelah itu, model ARIMA digunakan untuk menganalisa dan memprediksi deformasi struktur jembatan. Terakhir, model GARCH digunakan untuk lebih meningkatkan akurasi ramalan. Hasil yang didapat adalah akurasi prediksi model GARCH lebih unggul daripada model ARIMA. Analisa kesalahan prediksi dari dua model menunjukkan bahwa model GARCH memiliki keunggulan tertentu didalam kondisi heteroskedastisitas.

Salah satu aspek penting dari analisis risiko adalah perhitungan *Value at Risk* (VaR). VaR adalah metode yang digunakan untuk mengukur risiko. VaR merupakan estimasi kerugian maksimum yang dialami dalam jangka waktu tertentu dengan tingkat keyakinan tertentu. VaR memiliki hubungan yang erat dengan GARCH, yang sering digunakan jika terjadi heteroskedastisitas pada tingkat pengembalian dan estimasi nilai volatilitas masa depan. Ini adalah keuntungan dari metode GARCH dibandingkan dengan penaksir varians biasa [8]. Salah satu cara untuk memperkirakan nilai VaR adalah dengan menggunakan simulasi Monte Carlo.

Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis volatilitas dan Value at Risk (VaR) pada Franklin Global Sukuk Luxembourg menggunakan model GARCH dan KF-GARCH.

## 2 Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah harga sukuk harian Franklin Global Sukuk Luxembourg pada tanggal 21 November 2018 hingga 23 September 2019 sebagai data *insample*, dan pada 24 September 2019 hingga 27 April 2020 sebagai data *outsample*. Data *insample* digunakan untuk membentuk model, sedangkan data *outsample* digunakan untuk mengecek keakuratan model.

### 2.1 *Return*

Berdasarkan [9], *return* adalah tingkat pengembalian atas hasil yang diperoleh akibat melakukan investasi. Analisis sekuritas umumnya menggunakan *geometric return*. Metode *geometric return* diformulasikan sebagai berikut:

$$R_t = \ln \frac{s(t_i)}{s(t_{i-1})} \tag{1}$$

dengan:

$R_t$: return sukuk

$s(t_i)$ : harga sukuk pada periode $t_i$

$s(t_{i-1})$ : harga sukuk pada periode $t_{i-1}$

### 2.2 Model GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*)

Data time series dari sektor keuangan memiliki nilai volatilitas yang sangat tinggi. GARCH adalah model yang dapat digunakan untuk membuat model data deret waktu volatilitas tinggi di sektor keuangan. Model GARCH dikembangkan oleh [5]. Model ini dibuat untuk menghindari orde dalam jumlah besar dalam model ARCH. [5] menyatakan bahwa varians bersyarat hari ini ($\sigma_t^2$) tidak hanya dipengaruhi oleh kuadrat sisa masa lampau ($\varepsilon_{t-p}^2$) tetapi juga dapat dipengaruhi oleh varian sisa periode lampau ($\sigma_{t-q}^2$).

Secara umum, model GARCH (p, q):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \tag{2}$$

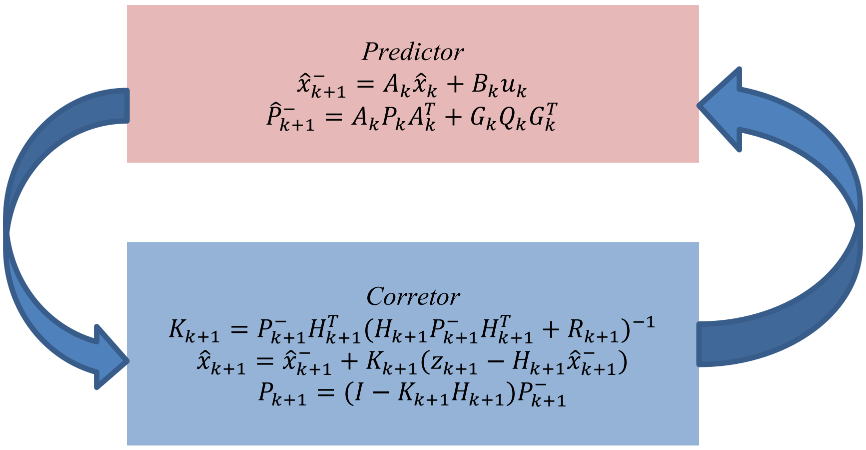
### 2.3 Metode Kalman Filter

Kalman Filter adalah metode estimasi yang optimal. Komponen dasar dari metode Kalman Filter adalah persamaan pengukuran dan persamaan transisi. Dengan menggunakan data pengukuran untuk meningkatkan hasil estimasi. Secara umum, metode Kalman Filter untuk sistem dinamis linier waktu diskrit dapat dinyatakan sebagai berikut [10]:

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k \quad (3)$$

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (4)$$

Dimana $x_k$ adalah keadaan sistem pada waktu $k$ yang nilai estimasi awalanya adalah $\hat{x}_0$ dan kovarian awal $P_{x_0}$, $w_k$ adalah noise pada model sistem, $z_k$ adalah variabel pengukuran, $H$ adalah matriks pengukuran, $v_k$ adalah noise pada model pengukuran, $A$ adalah matriks konstan di dalam ukuran yang berkesesuaian dengan $A = n$ x $n$ dan $H = p$ x 1. Kalman Filter menggunakan algoritma predictor-corrector untuk mengestimasi $x_k$ ditunjukkan pada Gambar 1.




**Gambar 1.** Algoritma *predictor-corrector* dari Kalman Filter

2.4 *Evaluation criteria*

Pemilihan model terbaik dapat dilihat dengan menggunakan perhitungan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), yaitu ukuran kesalahan yang dihitung dengan mencari nilai tengah dari persentase absolut perbandingan kesalahan dengan data aktual. Rumus MAPE adalah sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{Y_t - F_t}{Y_t}\right| 100\% \quad (5)$$

Dimana $Y_t$ adalah nilai nilai data ke-t, $F_t$ adalah nilai peramalan ke-t, $n$ adalah banyaknya data.

2.5 Estimasi VaR (*Value at Risk*) menggunakan simulasi Monte Carlo

Penggunaan simulasi Monte Carlo untuk memperkirakan risiko telah diperkenalkan oleh [11]. Dalam menghitung nilai VaR untuk satu aset dan portofolio, simulasi Monte Carlo memiliki beberapa jenis algoritma. Keunggulan simulasi Monte Carlo dibandingkan dengan metode penghitungan VaR lainnya adalah memberikan hasil penghitungan yang lebih akurat untuk semua jenis instrumen. Selain itu, simulasi Monte Carlo dapat digunakan untuk semua jenis asumsi distribusi. Algoritma implementasi simulasi Monte Carlo dalam perhitungan estimasi VaR (*Value at Risk*) untuk Franklin Global Sukuk Luxembourg sebagai berikut:

1. Mendapatkan model mean dan varian dari data return Franklin Global Sukuk Luxembourg.
2. Mensimulasikan nilai return dengan membangkitkan secara random return Franklin Global Sukuk Luxembourg sebanyak n = 365 kali. Pada langkah ini digunakan fungsi =randperm(), yang berfungsi untuk membangkitkan bilangan acak bulat positif sebanyak n. Bilangan ini nantinya digunakan untuk mengacak bilangan yang sudah ada.
3. Melakukan perhitungan nilai mean dan varian berdasarkan hasil dari langkah (2). Nilai mean dan varian tersebut digunakan untuk menghitung nilai VaR. Diasumsikan bahwa dana investasi awal ($W_0$) adalah sebesar USD.8000, USD.8500, USD.9000, USD.9500, dan USD.10000. Perhitungan VaR tersebut berdasarkan persamaan berikut:
   $VaR_{1-\alpha}(t) = W_0(R_t + 1.96\sigma_t)$.
4. Mengulangi langkah (2) samapi langkah (3) sebanyak m sehingga diperoleh berbagai kemungkinan niali VaR Franklin Global Sukuk Luxembourg.
5. Menghitung rata-rata dari langkah (4) untuk menstabilkan nilai VaR.

# 3 Hasil dan Pembahasan

## 3.1 Karakteristik data penelitian

Karakteristik data yang dianalisis merupakan data return harga sukuk. Deskripsi dari harga dan return Franklin Global Sukuk Luxembourg ditampilkan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Deskripsi data Franklin Global Sukuk Luxembourg

| **Sukuk** | **N** | **Min** | **Max** | ***Mean*** | ***Standard deviation*** |
|---|---|---|---|---|---|
| Price | 214 | 8.840000 | 9.600000 | 9.173832 | 0.217630 |
| Return | 213 | -0.004515 | 0.006515 | 0.000338 | 0.001455 |

## 3.2 Pemodelan ARIMA

Langkah awal pemodelan ARIMA adalah uji kestasioneran. Untuk mengetahui data sudah stasioner, dapat dilakukan uji *Augmented Dicky Fuller* (ADF). Berikut ini merupakan uji stasioner dengan menggunakan uji ADF.

Hipotesis:

$H_0 : \delta = 0$ (terdapat unit *root*, tidak stasioner)

$H_1 : \delta \neq 0$ (tidak terdapat unit *root*, stasioner)

Hasil dari uji ADF dapat dilihat pada Gambar 2. Gambar 2 menunjukkan bahwa nilai-p yang didapatkan yaitu 0.0000 dan nilai ini lebih kecil dari alpha $(0.05)$ maka $H_0$ ditolak, artinya data *return* Franklin Global Sukuk Luxembourg sudah stasioner. Langkah selanjutnya, setelah data sudah stasioner adalah pembentukan model ARIMA dengan cara mengindentifikasi orde model melalui plot ACF dan PACF. Hasil plot ACF dan PACF dapat dilihat pada Gambar 3.

Gambar 3 menunjukkan bahwa tidak ada lag yang keluar. Sehingga dugaan awal model ARIMA sementara untuk data *return* Franklin Global Sukuk Luxembourg adalah ARIMA(1,0,1), ARIMA(1,0,0) dan ARIMA(0,0,1). Setelah diperoleh dugaan model ARIMA sementara, selanjutnya dilakukan estimasi parameter dan uji signifikan parameter untuk model sementara. Hasilnya ditunjukkan pada Gambar 4, Gambar 5 dan Gambar 6.

Berikut ini merupakan uji signifikan parameter terhadap ARIMA(1,0,1):

1. Menguji parameter C(konstanta) = $\emptyset_0$

   Hipotesis:

   $H_0$ : $\emptyset_0 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

   $H_1$ : $\emptyset_0 \neq 0$ (parameter model signifikan)

   Berdasarkan Gambar 4 diperoleh bahwa (prob = 0.0011) < ($\alpha = 0.05$) sehingga $H_0$ ditolak, artinya parameter signifikan.

2. Menguji parameter AR(1) = $\emptyset_1$

   Hipotesis:

   $H_0$ : $\emptyset_1 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

   $H_1$ : $\emptyset_1 \neq 0$ (parameter model signifikan)

   Berdasarkan Gambar 4 diperoleh bahwa (prob = 0.0000) < ($\alpha = 0.05$) sehingga $H_0$ ditolak, artinya parameter signifikan.

3. Menguji parameter MA(1) = $\theta_1$

   Hipotesis:

   $H_0$ : $\theta_1 = 0$ (parameter model tidak signifikan)

   $H_1$ : $\theta_1 \neq 0$ (parameter model signifikan)

   Berdasarkan Gambar 4 diperoleh (prob = 0.0000) < ($\alpha = 0.05$) sehingga $H_0$ ditolak, artinya parameter signifikan.

Berdasarkan hasil uji signifikan parameter, model ARIMA(1,0,1) menghasilkan dugaan model ARIMA yang signifikan. Selanjutnya dilakukan uji white noise terhadap residual model ARIMA(1,0,1). Pengujian asumsi residual white noise dapat dilakukan menggunakan uji Ljung-Box.

Hipotesis:

$H_0$ : $\rho_1 = \cdots = \rho_k = 0$

$H_1$ : minimal ada satu $\rho_j \neq 0$ dengan $j = 1,2,3, \dots, k$

Statistik uji:

Untuk $k$ (lag maksimum) = 25, maka:

$Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{25}\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}$, $\hat{\rho}_k$ autokorelasi residual lag-$k$

$Q = (213)(213+2)(\frac{(-0.016)^2}{213-1} + \frac{(0.02)^2}{213-2} + \cdots + \frac{(-0.069)^2}{213-25})$

$Q$ = (213)(215)(0.0004570) = 20.92607923

Tabel Distribusi *Chi-square* diperoleh:

$X^2_{(0.05;25-1-1)}$ = 35.17246

Diperoleh $Q < X^2_{(0.05;25-1-1)}$ (dengan $\alpha = 0.05$) sehingga $H_0$ diterima artinya residual bersifat white noise. Selanjutnya pengujian asumsi residual berdistribusi normal dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov.

Hipotesis:

$H_0: F(x) = F_0(x)$ untuk semua $x$ (berdistribusi normal)

$H_1: F(x) \neq F_0(x)$ untuk beberapa $x$ (tidak berdistribusi normal)

Statistik uji:

$D_{hitung} = \max|S(x) - F_0(x)|$ = 0.183143577

$D_{tabel} = D_{(\alpha,n)} = D_{(0.05;213)}$ = 0.0925

Diperoleh $D_{hitung} > D_{tabel}$ (dengan $\alpha = 0.05$) sehingga $H_0$ ditolak sehingga residual model tidak berdistribusi normal. Pemilihan model ARIMA terbaik dilakukan dengan memilih model ARIMA yang memenuhi semua asumsi, yaitu parameter signifikan, residual memenuhi asumsi white noise dan berdistribusi normal, serta memiliki nilai AIC dan SC terkecil. Hasil pengujian model ARIMA dapat dilihat pada Tabel 2.

Pada Tabel 2, terlihat bahwa ARIMA(1,0,1) memenuhi semua asumsi pengujian dan mempunyai nilai AIC dan SC terkecil sehingga model ARIMA(1,0,1) terpilih sebagai model terbaik yang digunakan untuk memodelkan GARCH. Serta ada ketidaknormalan dari residual, Hal ini dapat mengindikasikan kondisi heteroskedastisitas yang menunjukkan adanya proses GARCH pada model ARIMA(1,0,1).

Setelah ditemukan ketidaknormalan pada residual, langkah selanjutnya dilakukan pengujian heteroskedastisitas pada model ARIMA(1,0,1). Hasil uji heteroskedastisitas dapat dilihat pada Gambar 7. Pengujian ini dilakukan untuk melihat residual kuadrat bersifat homoskedastisitas atau heteroskedastisitas.

Hipotesis:

$H_0 : \rho_1 = \cdots = \rho_k = 0$ (homoskedastisitas)

$H_1$ : minimal ada satu $\rho_j \neq 0$ dengan $j = 1,2,3, \dots, k$ (heteroskedastisitas)

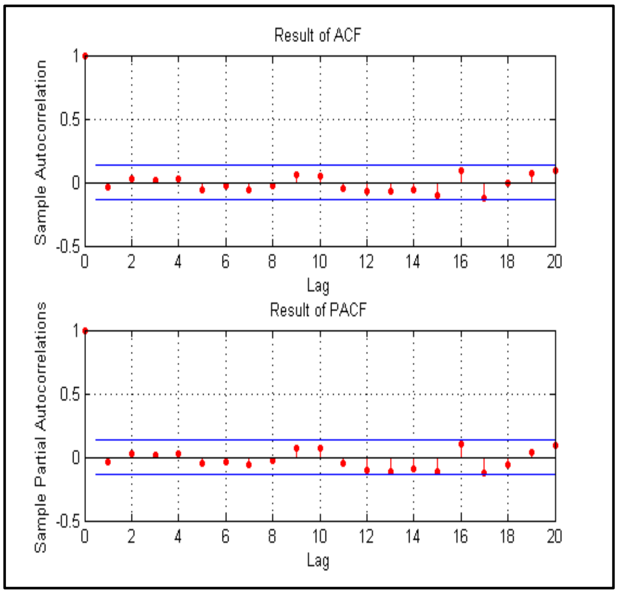
Berdasarkan Gambar 7 bahwa (prob. Chi-square = 0.0082) < ($\alpha = 0.05$) sehingga $H_0$ ditolak artinya terdapat unsur GARCH (heteroskedastisitas) pada model ARIMA(1,0,1). Sehingga berdasarkan Tabel 2 dan uji heteroskedastisitas, diperoleh model ARIMA(1,0,1) sebagai model terbaik untuk memodelkan GARCH.

Null Hypothesis: RETURN has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=14)

| | | t-Statistic | Prob.* |
|---|---|---|---|
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | -15.14251 | 0.0000 |
| Test critical values: | 1% level | -3.461178 | |
| | 5% level | -2.874997 | |
| | 10% level | -2.574019 | |

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

**Gambar 2.** Hasil uji ADF dari *return* Franklin Global Sukuk Luxembourg




**Gambar 3.** ACF and PACF dari *return* Franklin Global Sukuk Luxembourg

Dependent Variable: RETURN
Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)
Date: 01/08/20 Time: 11:17
Sample: 2 214
Included observations: 213
Convergence achieved after 19 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| C | 0.000338 | 0.000102 | 3.308111 | 0.0011 |
| AR(1) | -0.959998 | 0.083345 | -11.51842 | 0.0000 |
| MA(1) | 0.938095 | 0.100285 | 9.354289 | 0.0000 |
| SIGMASQ | 2.09E-06 | 1.44E-07 | 14.53331 | 0.0000 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-squared | 0.006523 | Mean dependent var | 0.000338 |
| Adjusted R-squared | -0.007737 | S.D. dependent var | 0.001455 |
| S.E. of regression | 0.001460 | Akaike info criterion | -10.20143 |
| Sum squared resid | 0.000446 | Schwarz criterion | -10.13830 |
| Log likelihood | 1090.452 | Hannan-Quinn criter. | -10.17592 |
| F-statistic | 0.457443 | Durbin-Watson stat | 2.030007 |
| Prob(F-statistic) | 0.712321 | | |

| | |
|---|---|
| Inverted AR Roots | -.96 |
| Inverted MA Roots | -.94 |

**Gambar 4.** Estimasi parameter dan uji signifikan parameter ARIMA(1,0,1)

Dependent Variable: RETURN
Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)
Date: 01/08/20 Time: 11:25
Sample: 2 214
Included observations: 213
Convergence achieved after 11 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| C | 0.000338 | 0.000105 | 3.204996 | 0.0016 |
| AR(1) | -0.043210 | 0.060443 | -0.714881 | 0.4755 |
| SIGMASQ | 2.10E-06 | 1.51E-07 | 13.87781 | 0.0000 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-squared | 0.001882 | Mean dependent var | 0.000338 |
| Adjusted R-squared | -0.007624 | S.D. dependent var | 0.001455 |
| S.E. of regression | 0.001460 | Akaike info criterion | -10.20638 |
| Sum squared resid | 0.000448 | Schwarz criterion | -10.15904 |
| Log likelihood | 1089.980 | Hannan-Quinn criter. | -10.18725 |
| F-statistic | 0.197933 | Durbin-Watson stat | 1.996385 |
| Prob(F-statistic) | 0.820578 | | |

| | |
|---|---|
| Inverted AR Roots | -.04 |

**Gambar 5.** Estimasi parameter dan uji signifikan parameter ARIMA(1,0,0)

Dependent Variable: RETURN
Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)
Date: 01/08/20 Time: 11:27
Sample: 2 214
Included observations: 213
Convergence achieved after 17 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| C | 0.000338 | 0.000105 | 3.201366 | 0.0016 |
| MA(1) | -0.040878 | 0.060849 | -0.671787 | 0.5025 |
| SIGMASQ | 2.10E-06 | 1.51E-07 | 13.94242 | 0.0000 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-squared | 0.001781 | Mean dependent var | 0.000338 |
| Adjusted R-squared | -0.007726 | S.D. dependent var | 0.001455 |
| S.E. of regression | 0.001460 | Akaike info criterion | -10.20628 |
| Sum squared resid | 0.000448 | Schwarz criterion | -10.15894 |
| Log likelihood | 1089.969 | Hannan-Quinn criter. | -10.18715 |
| F-statistic | 0.187326 | Durbin-Watson stat | 2.001109 |
| Prob(F-statistic) | 0.829311 | | |

| | |
|---|---|
| Inverted MA Roots | .04 |

**Gambar 6.** Estimasi parameter dan uji signifikan parameter ARIMA(0,0,1)

Heteroskedasticity Test: ARCH

| | | | |
|---|---|---|---|
| F-statistic | 7.168792 | Prob. F(1,210) | 0.0080 |
| Obs*R-squared | 6.998169 | Prob. Chi-Square(1) | 0.0082 |

Test Equation:
Dependent Variable: RESID^2
Method: Least Squares
Date: 01/08/20 Time: 12:08
Sample (adjusted): 3 214
Included observations: 212 after adjustments

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| C | 1.72E-06 | 3.66E-07 | 4.689928 | 0.0000 |
| RESID^2(-1) | 0.181719 | 0.067870 | 2.677460 | 0.0080 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-squared | 0.033010 | Mean dependent var | 2.10E-06 |
| Adjusted R-squared | 0.028406 | S.D. dependent var | 4.98E-06 |
| S.E. of regression | 4.91E-06 | Akaike info criterion | -21.60078 |
| Sum squared resid | 5.06E-09 | Schwarz criterion | -21.56911 |
| Log likelihood | 2291.683 | Hannan-Quinn criter. | -21.58798 |
| F-statistic | 7.168792 | Durbin-Watson stat | 1.954684 |
| Prob(F-statistic) | 0.008005 | | |

**Gambar 7.** Hasil uji heteroskedastisitas

Tabel 2. Hasil pengujian model ARIMA Franklin Global Sukuk Luxembourg

| Model | *Significant test parameters* | *Residual white noise test* | *Residual normal test* | AIC | SC |
|---|---|---|---|---|---|
| ARIMA(1,0,1) | *Significant* | *White noise* | *Not normal* | -10.20143 | -10.13830 |
| ARIMA(1,0,0) | *Not significant* | *White noise* | *Not normal* | -10.20638 | -10.15904 |
| ARIMA(0,0,1) | *Not significant* | *White noise* | *Not normal* | -10.20628 | -10.15894 |

## 3.3 Pemodelan GARCH

Pada model ARIMA(1,0,1) masih terdapat unsur heteroskedastisitas, maka diperlukan model GARCH untuk menyelesaikan masalah volatilitas didalam heteroskedastisitas. Untuk menentukan model GARCH akan dilakukan plot ACF dan PACF dari residual kuadrat untuk menentukan dugaan model yang sesuai. Berdasarkan Gambar 8 menunjukkan bahwa lag-1 yang keluar, sehingga dugaan model sementara adalah GARCH(1,1) dan GARCH(1,0). Setelah mendapatkan dugaan model sementara, selanjutnya dilakukan estimasi parameter menggunakan metode maximum likelihood (MLE) untuk mendapatkan parameter yang signifikan untuk model varian. Hasilnya ditunjukkan pada Gambar 9 dan Gambar 10. Berdasarkan Gambar 9 dan Gambar 10, terlihat bahwa model GARCH(1,0) yang memenuhi uji signifikan serta hasil *overfitting* memberikan nilai AIC dan SC terkecil sehingga terpilih sebagai model terbaik.

Tabel 3. Hasil model GARCH Franklin Global Sukuk Luxembourg

| Model | *Significant test parameters* | AIC | SC |
|---|---|---|---|
| GARCH(1,1) | *Not significant* | -10.25919 | -10.19606 |
| GARCH(1,0) | *Significant* | -10.24873 | -10.20139 |

Model GARCH(1,0) yang didapatkan merupakan model mean ($R_t$) dan model varian ($\sigma_t^2$) adalah sebagai berikut:

$R_t$ = 0.00029605 + $\varepsilon_t$

$\sigma_t^2$ = 0.0000017808 + 0.14378$\varepsilon_{t-1}^2$

3.4 Penerapan metode Kalman Filter (KF-GARCH)

Setelah didapatkan model GARCH terbaik yaitu GARCH(1,0), selanjutnya akan dilakukan estimasi parameter pada GARCH(1,0) dengan menggunakan Kalman Filter. Parameter yang akan diestimasi adalah $\alpha_0$ dan $\alpha_1$. Aulgoritma Kalman Filter yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

Model sistem:

$$\begin{bmatrix} \sigma_t^2 \\ \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix}_{t+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \varepsilon_{t-1}^2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_t^2 \\ \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix}_t$$

Model pengukuran:

$$z_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_t^2 \\ \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{bmatrix}_t$$

Setelah diperoleh model sistem dan pengukuran, selanjutnya dilakukan inisialisasi. Nilai awala $\sigma_t^2$ diambil dari data pertama varians return Franklin Global Sukuk Luxembourg. Nilai awal $\alpha_0$ dan $\alpha_1$ diambil dari hasil estimasi parameter model GARCH(1,0) menggunakan MLE. Nilai awal variansi dan noise diambil Q = 1.0 dan R = 0.3. Sedangkan nilai awal $x_0$ dan kovarian diberikan sebagai berikut:

$$\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 0.00000063767 \\ 0.0000017808 \\ 0.14378 \end{bmatrix}, P_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{x}10^{-8}, Q_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . Q.$$

Untuk proses simulasi estimasi parameter menggunakan Kalman Filter dilakukan dengan bantuan software Matlab. Iterasi dilakukan sebanyak jumlah data observasi yaitu 364. Hasil estimasi paremeter model GARCH(1,0) menggunakan Kalman Filter dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil estimasi parameter GARCH menggunakan Kalman Filter

| **Model** | **Parameter** | **Coefficient** |
|---|---|---|
| GARCH(1,0) | $a_0$ | 0.0000031488 |
| | $\alpha_1$ | 0.14378 |

Model KF-GARCH yang didapatkan adalah sebagai berikut:

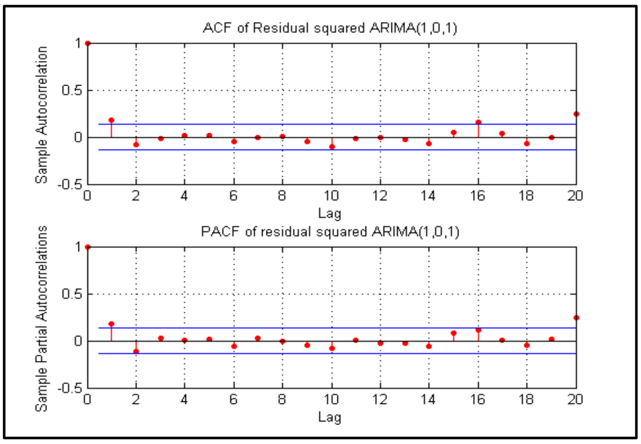
$R_t$ = 0.00029605 + $\varepsilon_t$

$\sigma_t^2$ = 0.0000031488 + 0.14378$\varepsilon_{t-1}^2$

Hasil prediksi volatilitas return Franklin Global Sukuk Luxembourg menggunakan model KF-GARCH dapat dilihat pada Gambar 11. Pada Gambar 11, terlihat bahwa volatilitas pada data outsample mengalami volatilitas tinggi. Hal ini karena terjadi pandemi Covid-19 pada data outsample sehingga menyebabkan krisis ekonomi yang menyebabkan volatilitas tinggi pada return Franklin Global Sukuk Luxembourg.

Simulasi model GARCH(1,0) yang diestimasi menggunakan Kalman Filter (KF-GARCH) dan metode MLE dapat dilihat pada Gambar 12 dan Gambar 13. Pada Gambar 12 dan Gambar 13, terlihat bahwa grafik KF-GARCH mendekati grafik aktual. Sehinnga, untuk mengetahui hasil prediksi yang paling baik antara KF-GARCH dan GARCH dapat dilihat dari Mean Absolute Percentage Error (MAPE) yang terkecil. Nilai MAPE dari hasil prediksi kedua model dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5 menunjukkan bahwa nilai MAPE hasil prediksi model KF-GARCH lebih kecil dari prediksi model GARCH yang parameternya diestimasi menggunakan metode MLE. Hal ini menunjukkan bahwa metode estomasi menggunakan Kalman Filter menghasilkan simulasi yang lebih akurat (baik).




**Gambar 8.** ACF dan PACF dari residual kuadrat ARIMA(1,0,1)

Dependent Variable: RETURN
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
Date: 04/07/20 Time: 09:58
Sample (adjusted): 2 214
Included observations: 213 after adjustments
Convergence achieved after 37 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)

| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| C | 0.000308 | 0.000112 | 2.763014 | 0.0057 |
| Variance Equation | | | | |
| C | 2.47E-06 | 5.03E-07 | 4.911592 | 0.0000 |
| RESID(-1)^2 | 0.143500 | 0.053594 | 2.677534 | 0.0074 |
| GARCH(-1) | -0.343265 | 0.190338 | -1.803445 | 0.0713 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-squared | -0.000407 | Mean dependent var | 0.000338 |
| Adjusted R-squared | -0.000407 | S.D. dependent var | 0.001455 |
| S.E. of regression | 0.001455 | Akaike info criterion | -10.25919 |
| Sum squared resid | 0.000449 | Schwarz criterion | -10.19606 |
| Log likelihood | 1096.603 | Hannan-Quinn criter. | -10.23368 |
| Durbin-Watson stat | 2.084184 | | |

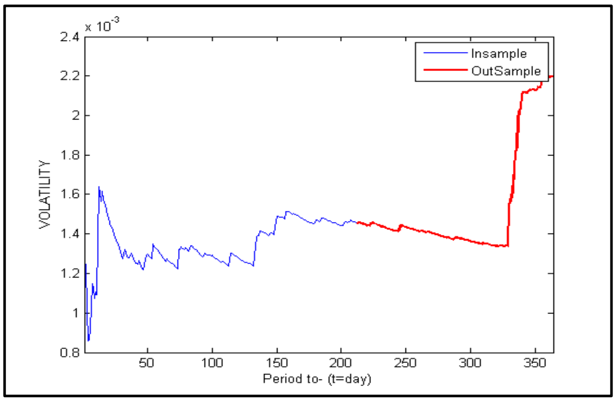
**Gambar 9.** Estimasi Parameter GARCH(1,1)

Dependent Variable: RETURN
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)
Date: 04/07/20 Time: 09:48
Sample (adjusted): 2 214
Included observations: 213 after adjustments
Convergence achieved after 8 iterations
Coefficient covariance computed using outer product of gradients
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2

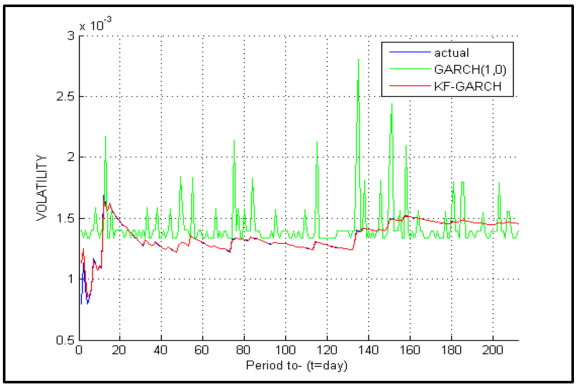
| Variable | Coefficient | Std. Error | z-Statistic | Prob. |
|---|---|---|---|---|
| C | 0.000296 | 0.000114 | 2.588659 | 0.0096 |
| Variance Equation | | | | |
| C | 1.78E-06 | 1.56E-07 | 11.39983 | 0.0000 |
| RESID(-1)^2 | 0.145236 | 0.055465 | 2.618521 | 0.0088 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| R-squared | -0.000817 | Mean dependent var | 0.000338 |
| Adjusted R-squared | -0.000817 | S.D. dependent var | 0.001455 |
| S.E. of regression | 0.001455 | Akaike info criterion | -10.24873 |
| Sum squared resid | 0.000449 | Schwarz criterion | -10.20139 |
| Log likelihood | 1094.490 | Hannan-Quinn criter. | -10.22960 |
| Durbin-Watson stat | 2.083330 | | |

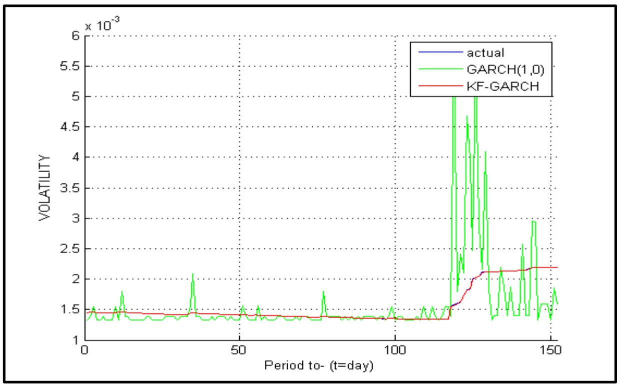
**Gambar 10.** Estimasi Parameter GARCH(1,0)




**Gambar 11.** Prediksi volatilitas FGSL menggunakan KF-GARCH




**Gambar 12.** Perbandingan volatilitas dari data insample




**Gambar 13.** Perbandingan volatilitas dari data outsample

Tabel 5. Hasil MAPE dari model GARCH dan KF-GARCH

| MAPE (%) | GARCH | KF-GARCH |
|---|---|---|
| MAPE data *insample* | 26.6414% | 1.0284% |
| MAPE data *outsample* | 37.8986% | 0.1386% |

3.5 Perhitungan *Value At Risk* (VaR)

Model mean $(R_t)$ dan model varian $(\sigma_t^2)$ yang didapatkan dari pemodelan GARCH(1,0) serta KF-GARCH(1,0) akan digunakan untuk melakukan perhitungan VaR. VaR merupakan besar kerugian maksimum yang diterima para investor, sehingga bisa dijadikan pertimbangan dalam pengambilan keputusan dalam berinvestasi. Keputusan yang diambil diharapkan dapat membantu investor sehingga terhindar dari kerugian. Perhitungan estimasi VaR pada penelitian ini menggunakan simulasi Monte Carlo.

Hasil perhitungan Value at Risk (VaR) Franklin Global Sukuk Luxembourg menggunakan simulasi Monte Carlo dapat dilihat pada Tabel 6 dan Tabel 7. Berdasarkan Tabel 6 dan Tabel 7, estimasi risiko pada Franklin Global Sukuk Luxembourg dengan menggunakan model GARCH(1,0) yang didapat dengan $\alpha = 5\%$ adalah 0.32% terhadap besar dana yang diinvestasikan, ini berarti dengan investor memiliki keyakinan sebesar 95% maka kerugian tidak akan melebihi 0.32% terhadap besar dana yang duiinvestasikan dalam jangka waktu per hari kedepan. Sedangkan estimasi risiko dengan menggunakan model KF-GARCH yang didapat tidak akan melebihi 0.31% terhadap besar dana yang diinvestasikan dalam jangka waktu per hari kedepan. Hasil perhitungan estimasi risiko dengan metode VaR, didapatkan suatu angka yang menunjukkan besarnya jumlah dana potensial (capital reserve) yang harus dicadangkan untuk mengantisipasi risiko yang terjadi.

Tabel 6. Estimasi risiko menggunakan model GARCH pada Franklin Global Sukuk Luxembourg

| $W_0$ (USD) | VaR (USD) | VaR (%) |
|---|---|---|
| 8000 | 24,9037 | 0.32 |
| 8500 | 27,5226 | 0.32 |
| 9000 | 29,1416 | 0.32 |
| 9500 | 30,7606 | 0.32 |
| 10000 | 32,3796 | 0.32 |

Tabel 7. Estimasi risiko menggunakan model KF-GARCH pada Franklin Global Sukuk Luxembourg

| $W_0$ (USD) | VaR (USD) | VaR (%) |
|---|---|---|
| 8000 | 24,8716u | 0.31 |
| 8500 | 26,4260 | 0.31 |
| 9000 | 27,9805 | 0.31 |
| 9500 | 29,5350 | 0.31 |
| 10000 | 31,0895 | 0.31 |

# 4 Simpulan

Pada paper ini, model GARCH yang sesuai untuk Franklin Global Sukuk Luxembourg dari analisis data return yang dilakukan adalah GARCH(1,0). Kemudian GARCH(1,0) diestimasi dengan Kalman Filter (KF-GARCH). Nilai MAPE hasil prediksi model KF-GARCH lebih kecil dari prediksi model GARCH yang diestimasi menggunakan metode MLE. Hal ini menunjukkan bahwa metode estimasi menggunakan Kalman Filter menghasilkan simulasi yang lebih akurat (baik). Perhitungan Estimasi risiko pada Franklin Global Sukuk Luxembourg menggunakan model GARCH menghasilkan risiko 0.32% terhadap dana investasi awal, sedangkan menggunakan model KF-GARCH menghasilkan risiko 0.31% terhadap dana investasi awal.

# 5 Ucapan Terima Kasih

Kami berterima kasih kepada departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya atas dukungan dan dorongan kepada penulis. Kami ingin berterima kasih kepada staf lab departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember atas bantuan teknis kepada penulis.

## 6 Daftar Pustaka

[1] S. Rahim and N. Ahmad, “Measuring Volatility Of Dow Jones Sukuk Total Return Index Using Garch Model,” *Journal of Business Innovation*, vol. 1, no. 1, p. 73, 2016.

[2] A. L. A. Rauf, “Emerging role for Sukuk in the capital market,” *South Asia Journal of Contemporary Business, Economics and Law*, vol. 2, no. 2, pp. 41–45, 2013.

[3] W. Enders, *Applied econometrics time series*. New York: John Willey and Sons, Inc. United States of Statistics, 1995.

[4] R. Engle, “GARCH 101: The use of ARCH/GARCH models in applied econometrics,” *Journal of economic perspectives*, vol. 15, no. 4, pp. 157–168, 2001.

[5] T. Bollerslev, “Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity,” *J Econom*, vol. 31, no. 3, pp. 307–327, 1986.

[6] M. Aamir and A. Shabri, “Modelling and forecasting monthly crude oil price of Pakistan: A comparative study of ARIMA, GARCH and ARIMA Kalman model,” in *AIP conference proceedings*, AIP Publishing, 2016.

[7] J. Xin, J. Zhou, S. X. Yang, X. Li, and Y. Wang, “Bridge structure deformation prediction based on GNSS data using Kalman-ARIMA-GARCH model,” *Sensors*, vol. 18, no. 1, p. 298, 2018.

[8] R. S. Tsay, *Analysis of financial time series*. New Jersey: John wiley & sons, 2002.

[9] D. Ruppert and D. S. Matteson, *Statistics and data analysis for financial engineering*, vol. 13. Springer, 2011.

[10] F. L. Lewis, L. Xie, and D. Popa, *Optimal and robust estimation: with an introduction to stochastic control theory*. London: CRC press, 2008.

[11] P. P. Boyle, “Options: A monte carlo approach,” *J financ econ*, vol. 4, no. 3, pp. 323–338, 1977.