

Skema *Staggered Grid* pada Persamaan Air Dangkal untuk Simulasi Aliran di Sekitar Pulau

Nashrul Millah¹, Sri Redjeki Pudjaprasetya²

¹ Program Studi Matematika Universitas Airlangga Surabaya Indonesia

e-mail: nashrul.millah@fst.unair.ac.id

² Program Studi Matematika Institut Teknologi Bandung Indonesia

e-mail: sr_pudjap@math.itb.ac.id

Diajukan: 21 Oktober 2022, Diperbaiki: 15 Maret 2024, Diterima: 3 April 2024

Abstrak

Wake merupakan suatu pola gelombang pada permukaan air yang muncul akibat adanya pergerakan benda rigid. Pada penelitian ini, skema *staggered grid* orde dua diterapkan untuk menyelesaikan persamaan air dangkal tak linier menggunakan metode volume hingga. Hasil yang didapat digunakan untuk mensimulasikan munculnya riak yang timbul akibat adanya arus yang menabrak pulau berbentuk lingkaran. Pada simulasi ini gaya-gaya luar yang diperhitungkan adalah gangguan angin, gaya gesek dengan dasar, dan efek turbulensi. Simulasi dilakukan dengan meniupkan angin pada ujung kanal memanjang dengan sebuah pulau di dekat pangkalnya yang memicu aliran air. Untuk bilangan Reynolds yang kecil, aliran air bersifat laminar dan membentuk pola halus di sekitar pulau. Bilangan Reynolds merupakan perbandingan antara ketaklinieran dengan viskositas air. Untuk simulasi dengan bilangan Reynolds yang besar, aliran menjadi tidak stabil dan memicu munculnya riak turbulen. Pusaran air tampak pada riak yang muncul di belakang pulau.

Kata Kunci: bilangan Reynolds, persamaan air dangkal, skema *staggered*

Abstract

A wake is a wave pattern on the water surface, downstream of an object in a flow. In this research, the order-two staggered scheme was implemented to solve the full non-linear Shallow Water Equation (SWE) model using finite volume method. The result was used to simulate the appearance of a wake behind a circular island. External forcing terms incorporated in the simulation are bottom friction, wind friction, and turbulence diffusion. We simulate the development of flow due to wind friction in a long canal with a circular island. For a small Reynolds number, laminar flow formed a smooth pattern develops surrounding the obstacle. Here, the Reynolds number is the ratio between nonlinearity and diffusion. For simulation with a large Reynolds number, the flow became unstable and broke up into an irregular turbulent wake, and swirling vortex sheets develop in the wake behind the island.

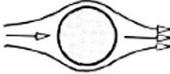
Keywords: Reynolds number, shallow water equation, staggered scheme

1 Pendahuluan

Model persamaan air dangkal atau *Shallow Water Equation* (SWE) merupakan salah satu model aliran air yang banyak dikaji karena terkait dengan berbagai fenomena alam. Penggunaan model ini tidak hanya terbatas pada fluida berupa air, tapi juga jenis fluida lain yang memenuhi syarat gelombang air dangkal, yaitu perbandingan antara kedalaman fluida dengan panjang gelombang sangat kecil. Beberapa contoh fenomena alam yang memanfaatkan model SWE adalah

tsunami [1], [2], aliran sungai, aliran pesisir, aliran di danau [3], [4], gelombang *dambreak* [5] dan sebagainya. Kajian terkait model SWE banyak dilakukan diantaranya oleh [6]–[9] yang menyelesaikan model SWE secara numerik menggunakan metode volume hingga. Berkaitan dengan diskritisasi titik, penerapan metode *staggered grid* pada persamaan SWE terbukti efisien dan akurat. Efektifitas skema *staggered grid* pada model SWE banyak dibahas oleh [5], [6], [10]–[14].

Pada penelitian ini skema *staggered grid* diterapkan pada diskritisasi model SWE dengan metode volume hingga untuk mensimulasikan berbagai pola aliran yang muncul akibat adanya interaksi antara topografi pulau dengan aliran air yang dikenal dengan *island wake*. Gaya-gaya yang berpengaruh adalah gangguan angin, gaya gesek dengan dasar, dan efek turbulensi. Pola aliran dipengaruhi oleh suatu parameter tak berdimensi yang disebut bilangan Reynolds, sering disingkat sebagai Re . Secara umum, bilangan Reynolds didefinisikan sebagai $Re = uL/A_h$. Dimana u dan L berturut-turut adalah kecepatan dan skala panjang, sedangkan A_h adalah viskositas fluida. Besarnya bilangan Reynolds menentukan apakah suatu aliran itu laminar atau turbulen. Kriteria tersebut dijelaskan pada Gambar 1.

$Re < 5$		Laminar Attached Steady
$5 < Re < 40$		Laminar Separated Steady
$40 < Re < 200$		Laminar Separated Periodic
$200 < Re < 350.000$		Laminar Separation/Turbulent Wake Periodic
$350.000 < Re$		Turbulent Separation Chaotic

Gambar 1. Kriteria Aliran Berdasarkan Bilangan Reynolds [15]

Pengujian skema *staggered grid* pada SWE pernah dilakukan oleh [16] untuk melihat pengaruh viskositas fluida terhadap pola aliran. Pada penelitian ini simulasi akan dikembangkan untuk melihat pengaruh dari viskositas air, kecepatan aliran, dan topografi batimetri terhadap berbagai pola aliran.

2 Metode Penelitian

2.1 Persamaan Pengatur bagi Aliran Dua Dimensi

Persamaan SWE berasal dari persamaan Navier-Stokes yang diturunkan berdasarkan dua prinsip dasar, yaitu: konservasi massa dan kekekalan momentum. Pada penelitian ini persamaan SWE yang digunakan merupakan persamaan tak linier dua dimensi dengan pendekatan *Eulerian*.

$$\eta_t + uh_x + vh_y = 0 \quad (1)$$

$$u_t + uu_x + vu_y + g\eta_x = wind_x + bott_x + diff_x \quad (2)$$

$$v_t + uv_x + vv_y + g\eta_y = wind_y + bott_y + diff_y \quad (3)$$

dengan η menyatakan tebal air, h tinggi permukaan air, u kecepatan arah x , v kecepatan arah y , dan g percepatan gravitasi. Suku-suku di sebelah kanan $wind$, $bott$, dan $diff$ berturut-turut adalah gangguan angin, gaya gesek dengan dasar, dan efek turbulensi yang dinyatakan sebagai:

1. Gangguan Angin

$$wind_x = \frac{\tau_x}{\rho h}$$

$$wind_y = \frac{\tau_y}{\rho h}$$

dimana ρ massa jenis air, τ_x dan τ_y tekanan angin pada arah x dan y

2. Gaya Gesek dengan Dasar

$$bott_x = \frac{-C_f u \sqrt{u^2 + v^2}}{h}$$

$$bott_y = \frac{-C_f v \sqrt{u^2 + v^2}}{h}$$

dimana C_f konstanta (tak berdimensi) sebagai koefisien gesekan.

3. Efek Turbulensi

$$diff_x = \frac{A_h}{h} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\}$$

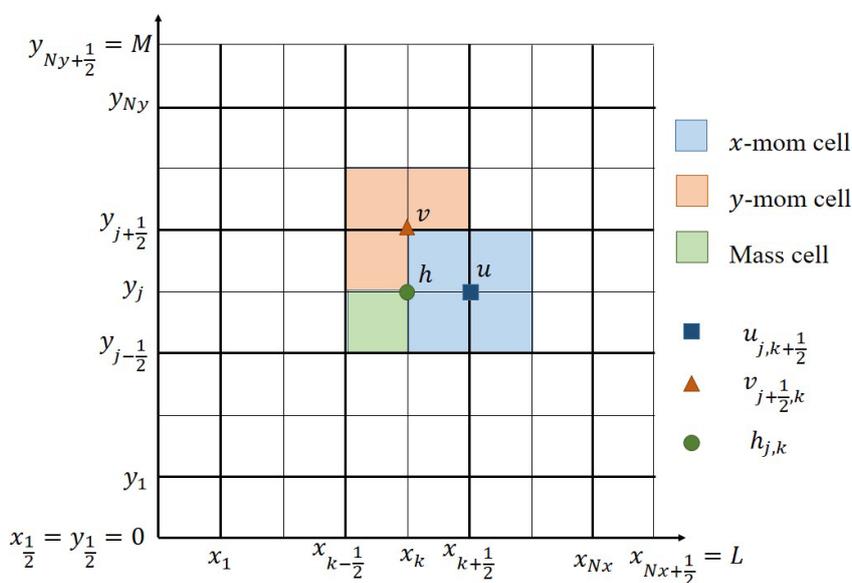
$$diff_y = \frac{A_h}{h} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\}$$

dimana A_h adalah viskositas atau kekentalan air. Dalam kasus ini diasumsikan bahwa viskositas fluida konstan.

Suku non linier $uh_x + vh_y$, $uu_x + vu_y$, dan $uv_x + vv_y$ selanjutnya disebut sebagai suku adveksi yang disimbolkan Adv_η , Adv_u , dan Adv_v .

2.2 Diskritisasi Persamaan Air Dangkal dengan Skema *Staggered grid*

Pada penelitian ini, persamaan SWE diselesaikan menggunakan metode volume hingga dengan skema *staggered grid* dimana komponen massa dan momentum didiskritisasi di sel berbeda. Persamaan konservasi massa didiskritisasi di sel hijau (sel satuan) dan persamaan momentum di sel biru dan merah (sel tengahan) sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2. Pendefinisian *staggered grid* ini dikenal dengan Arakawa C-Grid. Pada domain perhitungan $[0, L] \times [0, M]$ didefinisikan nilai η di sekitar titik (x_k, y_j) dan waktu t_n sebagai $\eta_{j,k}^n$. Begitu juga dengan u dan v .



Gambar 2. Diskritisasi dengan Skema *Staggered Grid*

Perhatikan persamaan SWE tanpa gaya luar. Dengan mengaplikasikan skema *leapfrog* orde dua di sekitar (x_k, y_j, t_n) untuk massa, di sekitar $(x_{k+1/2}, y_j, t_n)$ untuk momentum x , dan di sekitar $(x_k, y_{j+1/2}, t_n)$ untuk momentum y , diskritisasi komponen massa dan momentum pada *staggered grid* diberikan oleh:

$$\eta_{j,k}^{n+1} = \eta_{j,k}^n - \Delta t Adv_\eta$$

$$u_{j,k+1/2}^{n+1} = u_{j,k+1/2}^n - \Delta t \left(g \frac{\eta_{j,k+1}^{n+1/2} - \eta_{j,k}^{n+1/2}}{\Delta x} + Adv_u \right)$$

$$v_{j+1/2,k}^{n+1} = v_{j+1/2,k}^n - \Delta t \left(g \frac{\eta_{j+1,k}^{n+1/2} - \eta_{j,k}^{n+1/2}}{\Delta y} + Adv_v \right)$$

Untuk diskritisasi gaya-gaya yang mempengaruhi akan dijelaskan satu persatu sebagai berikut:

1. Gaya Gesek dengan dasar pada *staggered grid* diberikan oleh persamaan

$$bott_x = \frac{-C_f u_{j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} \sqrt{\left(u_{j,k+\frac{1}{2}}^n\right)^2 + v_u^2}}{h_u}$$

$$bott_y = \frac{-C_f v_{j+\frac{1}{2},k}^{n+1} \sqrt{u_v^2 + \left(v_{j+\frac{1}{2},k}^n\right)^2}}{h_v}$$

dengan v_u dan h_u adalah rata-rata nilai v dan h di sekitar sel u , sedangkan u_v dan h_v adalah rata-rata nilai v dan h di sekitar sel v .

2. Efek Turbulensi pada *staggered grid* diberikan oleh persamaan

$$diff_x = \frac{A_h}{h_u} \left\{ \frac{1}{\Delta x} \left(h_{j,k+1}^n \frac{u_{j,k+\frac{3}{2}}^n - u_{j,k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta x} - h_{j,k}^n \frac{u_{j,k+\frac{1}{2}}^n - u_{j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta x} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{\Delta y} \left(h_n \frac{u_{j+1,k+\frac{1}{2}}^n - u_{j,k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta y} - h_s \frac{u_{j,k+\frac{1}{2}}^n - u_{j-1,k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta y} \right) \right\}$$

$$diff_y = \frac{A_h}{h_v} \left\{ \frac{1}{\Delta x} \left(h_e \frac{v_{j+\frac{1}{2},k+1}^n - v_{j+\frac{1}{2},k}^n}{\Delta x} - h_w \frac{v_{j+\frac{1}{2},k}^n - v_{j+\frac{1}{2},k-1}^n}{\Delta x} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{\Delta y} \left(h_{j+1,k}^n \frac{v_{j+\frac{3}{2},k}^n - v_{j+\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} - h_{j,k}^n \frac{v_{j+\frac{1}{2},k}^n - u_{j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} \right) \right\}$$

dengan h_n dan h_e adalah nilai h di sekitar titik $(x_{k+\frac{1}{2}}, y_{j+\frac{1}{2}})$, h_s adalah nilai h di sekitar titik $(x_{k+\frac{1}{2}}, y_{j-\frac{1}{2}})$, dan h_w adalah nilai h di sekitar titik $(x_{k-\frac{1}{2}}, y_{j+\frac{1}{2}})$.

2.3 Hampiran Orde Dua untuk Suku Adveksi Tak Linier

Didefinisikan fungsi adveksi tak linier sebagai berikut:

$$Adv_B = u \frac{\partial B}{\partial x} + v \frac{\partial B}{\partial y} = \frac{\partial(uB)}{\partial x} + \frac{\partial(vB)}{\partial y} - B \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

Untuk suku $B \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$ pada sel yang berpusat di (x_k, y_j) maka diskritisasi pada *staggered grid* diberikan oleh

$$B \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Big|_{j,k} = B_{j,k} \left(\frac{u_{j,k+\frac{1}{2}} - u_{j,k-\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{v_{j+\frac{1}{2},k} - v_{j-\frac{1}{2},k}}{\Delta y} \right)$$

Selanjutnya hampiran bagi $\frac{\partial(uB)}{\partial x}$ pada sel (x_k, y_j) adalah

$$\frac{\partial(uB)}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \left(u_{j,k+\frac{1}{2}}^+ B_{j,k+\frac{1}{2}}^+ + u_{j,k+\frac{1}{2}}^- B_{j,k+\frac{1}{2}}^- - u_{j,k-\frac{1}{2}}^+ B_{j,k-\frac{1}{2}}^+ - u_{j,k-\frac{1}{2}}^- B_{j,k-\frac{1}{2}}^- \right)$$

dimana *superscript* positif dan negatif berarti $u^+ = \frac{u+|u|}{2}$ dan $u^- = \frac{u-|u|}{2}$. Untuk nilai dari B digunakan metode *upwind* dengan tambahan orde yang lebih tinggi sebagaimana dideskripsikan oleh [17].

$$\begin{aligned} B_{j,k+\frac{1}{2}}^+ &= B_{j,k}^n + 0.5\Psi(r_{j,k}^+) \left(1 - u_{j,k+\frac{1}{2}}^+ \right) (B_{j,k+1}^n - B_{j,k}^n) \\ B_{j,k+\frac{1}{2}}^- &= B_{j,k+1}^n - 0.5\Psi(r_{j,k}^-) \left(1 + u_{j,k+\frac{1}{2}}^- \right) (B_{j,k+1}^n - B_{j,k}^n) \\ B_{j,k-\frac{1}{2}}^+ &= B_{j,k-1}^n + 0.5\Psi(r_{j,k-1}^+) \left(1 - u_{j,k-\frac{1}{2}}^+ \right) (B_{j,k}^n - B_{j,k-1}^n) \\ B_{j,k-\frac{1}{2}}^- &= B_{j,k}^n - 0.5\Psi(r_{j,k-1}^-) \left(1 + u_{j,k-\frac{1}{2}}^- \right) (B_{j,k}^n - B_{j,k-1}^n) \end{aligned}$$

dengan parameter r diberikan oleh

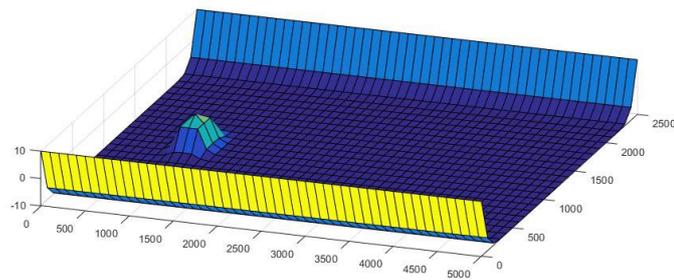
$$\begin{aligned} r_{j,k}^+ &= \frac{B_{j,k}^n - B_{j,k-1}^n}{B_{j,k+1}^n - B_{j,k}^n} \\ r_{j,k}^- &= \frac{B_{j,k+2}^n - B_{j,k+1}^n}{B_{j,k+1}^n - B_{j,k}^n} \end{aligned}$$

Untuk $\Psi = 0$, hampiran diatas menjadi hampiran *upwind* orde-1, sedangkan untuk $\Psi = 1$, menjadi hampiran Lax Wendroff orde-2. Dengan cara yang sama akan didapatkan hampiran bagi

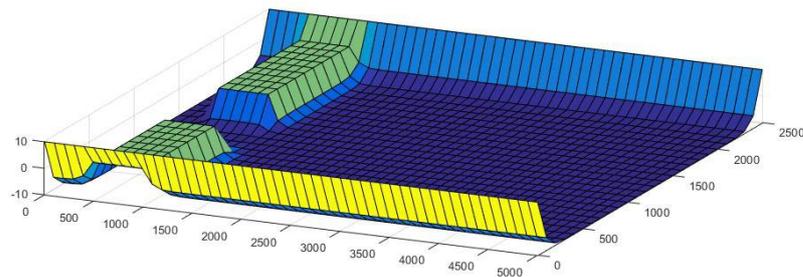
$$\frac{\partial(vB)}{\partial y}$$

2.4 Set up Simulasi

Simulasi dilakukan menggunakan dua jenis batimetri dengan topografi yang berbeda. Topografi pertama berbentuk kanal memanjang dengan sebuah pulau setinggi 2 m di dekat pangkal. Panjang kanal 5 km, lebar 2,5 km, dan kedalaman 10 m. Diskritisasi dilakukan dengan membentuk grid berukuran 100 m \times 100 m. Tepi atas dan bawah berinding dengan ketinggian 10 m di atas posisi air tenang, sedangkan tepi kiri dan kanan terbuka sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3. Topografi kedua yaitu gerbang air berbentuk lorong sempit seperti pada Gambar 4.



Gambar 3. Topografi 1



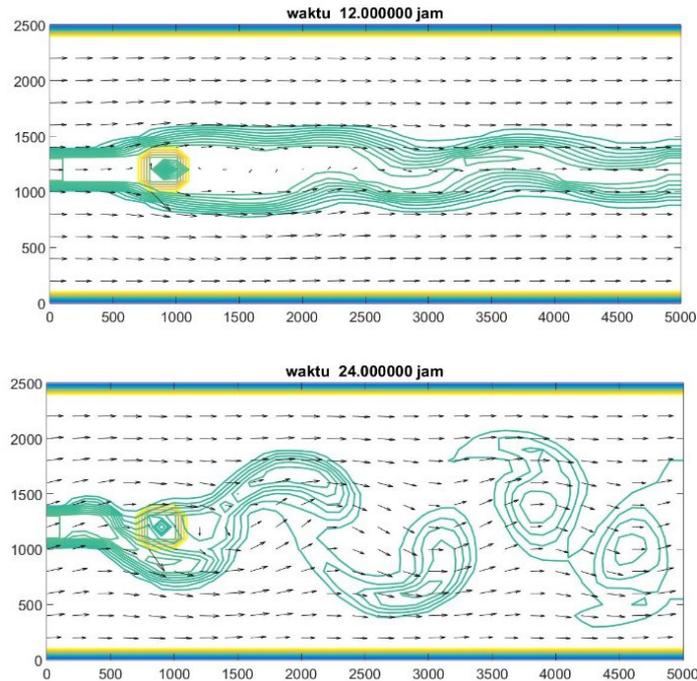
Gambar 4. Topografi 2

Pada simulasi ini, mula-mula air dalam kondisi diam. Gerakan air muncul akibat adanya hembusan angin mendatar yang diberikan pada tepi kiri batimetri.

3 Hasil dan Pembahasan

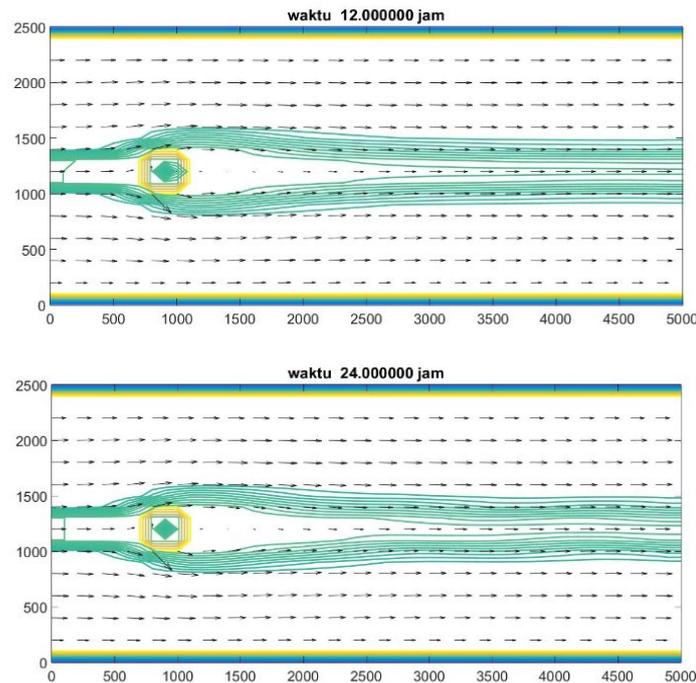
3.1 Simulasi untuk Berbagai Viskositas A_h

Simulasi pertama dilakukan untuk melihat pengaruh viskositas air terhadap berbagai pola aliran. Pada simulasi ini, parameter yang digunakan adalah $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $C_f = 10^{-3}$, $\rho = 1028 \text{ kg/m}^3$, $A_h = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}$ dan $3 \text{ m}^2/\text{s}$, $\Delta x = 100 \text{ m}$, $\Delta y = 100 \text{ m}$, Besar tekanan angin maksimum $\tau = 0,2 \text{ Pa}$ dan diameter pulau $L = 200 \text{ m}$.



Gambar 5. Hasil Simulasi untuk $A_h = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}$ setelah 12 dan 24 jam

Dari bilangan Reynolds $R = \frac{uL}{A_h}$ dapat diperkirakan bahwa semakin besar A_h , maka bilangan Reynolds akan semakin kecil. Hal ini akan mempengaruhi pola aliran yang terbentuk. Saat $A_h = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}$, tampak bahwa setelah 12 jam simulasi, aliran sudah mulai bergelombang. Setelah 24 jam simulasi, aliran air mulai tidak stabil dan membentuk vortex sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 5. Sedangkan pada saat $A_h = 3 \text{ m}^2/\text{s}$, setelah 24 jam simulasi, aliran air masih berupa aliran laminar (Gambar 6). Angin yang ditiupkan menggerakkan air dengan kecepatan rata-rata sekitar $0,35 \text{ m/s}$. Dengan demikian, pada saat $A_h = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}$, bilangan Reynolds sebesar 140 dan menghasilkan aliran laminar *separated periodic*. Sedangkan saat $A_h = 3 \text{ m}^2/\text{s}$, bilangan Reynolds sebesar 23,3 dan menghasilkan aliran laminar *separated steady*.

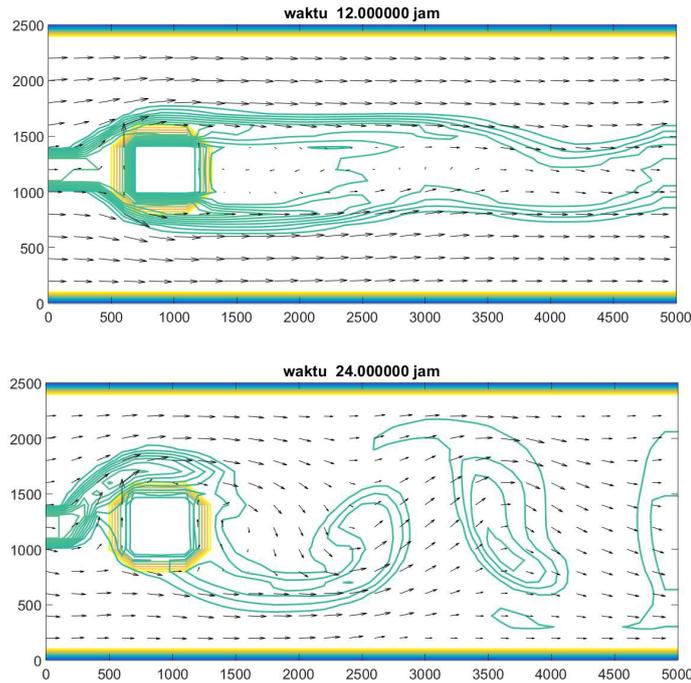


Gambar 6. Hasil Simulasi untuk $A_h = 3 \text{ m}^2/\text{s}$ setelah 12 dan 24 jam

3.2 Simulasi untuk Pulau dengan Ukuran yang Berbeda

Simulasi kedua dilakukan untuk melihat pengaruh perbedaan ukuran pulau terhadap pola aliran air. Pada simulasi ini, semua parameter bernilai sama seperti simulasi yang pertama, yaitu $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $C_f = 10^{-3}$, $\rho = 1028 \text{ kg/m}^3$, $A_h = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}$, $\Delta x = 100 \text{ m}$, $\Delta y = 100 \text{ m}$, besar tekanan angin maksimum $\tau = 0,2 \text{ Pa}$. Hanya saja, ukuran pulau diperbesar menjadi diameter $L = 400 \text{ m}$.

Perbesaran ukuran pulau mempercepat munculnya efek turbulen. Setelah 12 jam simulasi, tampak riak-riak air mulai terbentuk di dasar pulau sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 7. Hal ini berbeda dengan yang terjadi pada kasus sebelumnya (Gambar 5), di mana riak air belum terbentuk di dasar pulau saat waktu 12 jam. Seiring bertambahnya waktu hasil yang didapat dari kedua kasus menunjukkan perilaku yang relatif sama, hanya saja vortex yang terbentuk saling lepas dan ukurannya lebih besar dari sebelumnya. Pada kasus ini rata-rata kecepatan air lebih kecil daripada kasus sebelumnya, yaitu $0,3 \text{ m/s}$. Dengan demikian bilangan Reynolds pada kasus ini sebesar 240 dan aliran yang dihasilkan bertipe *turbulent wake periodic*.

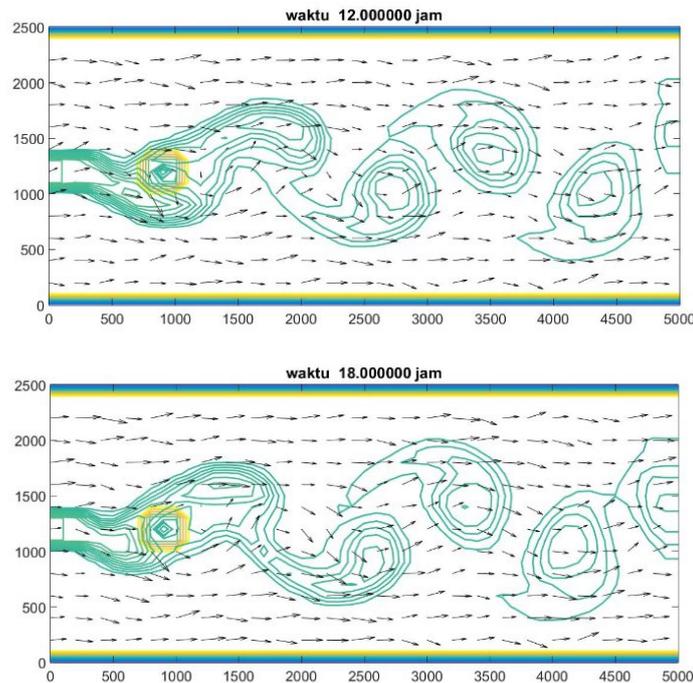


Gambar 7. Hasil Simulasi untuk diameter pulau $L = 400 \text{ m}$ setelah 12 dan 24 jam

3.3 Simulasi untuk Kecepatan yang Berbeda

Pada simulasi ketiga ini kecepatan aliran air ditingkatkan dengan memperbesar tekanan angin. Parameter yang digunakan adalah $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $C_f = 10^{-3}$, $\rho = 1028 \text{ kg/m}^3$, $A_h = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}$, $\Delta x = 100 \text{ m}$, $\Delta y = 100 \text{ m}$, diameter pulau $L = 200 \text{ m}$, dan tekanan angin diperbesar menjadi maksimum $\tau = 2 \text{ Pa}$.

Dengan diperbesarnya tekanan angin, mengakibatkan peningkatan kecepatan aliran air menjadi sebesar $1,22 \text{ m/s}$ dan bilangan Reynolds 490. Dari hasil simulasi terlihat bahwa vortex muncul lebih cepat dibandingkan pada kasus pertama dan kedua, yaitu setelah 12 jam simulasi. Vortex yang terbentuk juga sudah saling lepas. Perilaku ini tetap bertahan pada waktu-waktu selanjutnya sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 8. Pada kasus ini aliran air bertipe *turbulent wake periodic*.



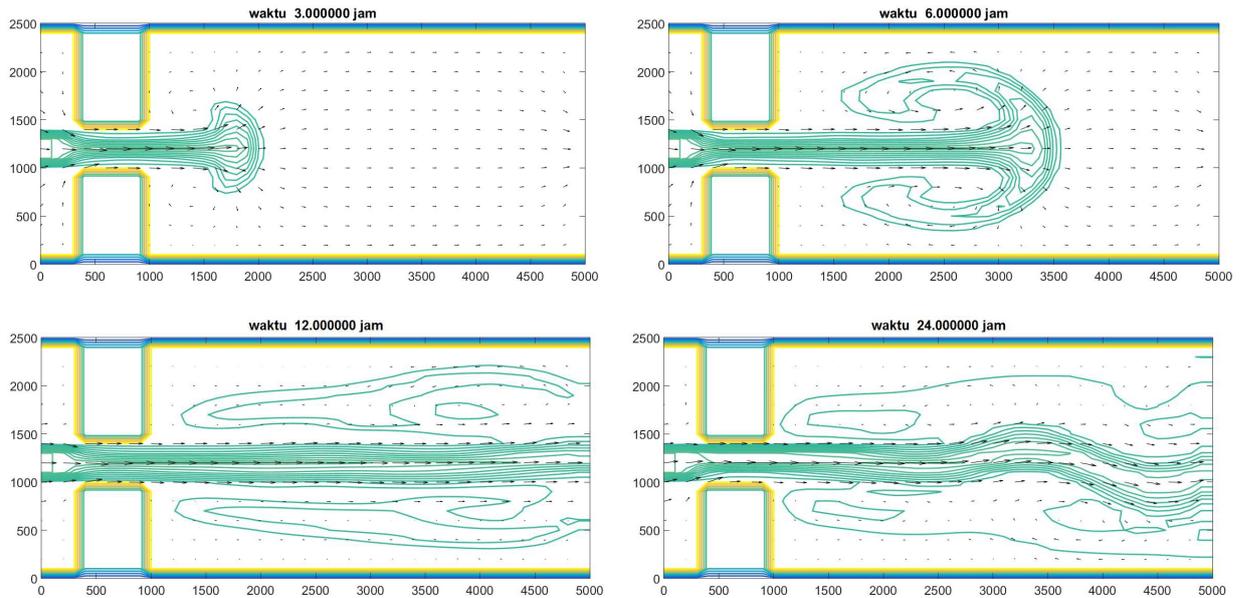
Gambar 8. Hasil Simulasi untuk $\tau = 2 Pa$ setelah 12 dan 18 jam

3.4 Simulasi untuk Aliran Air yang Melewati Lorong

Simulasi keempat dilakukan dengan menggunakan topografi yang berbeda seperti Gambar 4. Parameter yang digunakan $g = 9,81 m/s^2$, $C_f = 10^{-3}$, $\rho = 1028 kg/m^3$, $A_h = 1 m^2/s$, $\Delta x = 100 m$, $\Delta y = 100 m$, besar tekanan angin maksimum $\tau = 0,2 Pa$ dan lorong yang dibuat berukuran $500 m \times 600 m$.

Seperti pada simulasi sebelumnya, angin ditiup dari pangkal kanal sehingga air mengalami pergerakan dan menabrak dinding lorong. Setelah 3 jam simulasi, muncul pola menyerupai tandung dengan sepasang titik pusat. Pola tersebut terus bergerak mengikuti aliran air dengan ukuran yang semakin membesar. Pada jarak tertentu, pola tersebut nampak melebur dan menjadi riak-riak yang menyebar ke sekelilingnya. Proses perubahan pola tersebut ditunjukkan secara bertahap pada Gambar 9.

Pada tiap tahapan tersebut, aliran air mengalami peningkatan kecepatan yang berakibat pada semakin besarnya bilangan Reynolds. Saat waktu 3 jam, aliran air bergerak dengan kecepatan $0,081 m/s$ dan bilangan Reynolds 32,6. Saat waktu 6 jam, kecepatan menjadi $0,098 m/s$ dan bilangan Reynolds 39,4. Saat waktu 12 jam, kecepatan kembali meningkat menjadi $0,108 m/s$ dan bilangan Reynolds 43,2. Terakhir saat waktu 2 jam, kecepatan sebesar $0,112 m/s$ dan bilangan Reynolds 4,9. Berdasarkan kriteria pola aliran, aliran air bertransisi dari aliran laminar *separated steady* menjadi *laminar separated periodic*.



Gambar 9. Hasil Simulasi untuk aliran pada lorong

4 Simpulan

Skema *staggered grid* berhasil diterapkan pada model persamaan air dangkal dengan gaya-gaya luar berupa gangguan angin, gaya gesek dengan dasar, dan efek turbulensi menghasilkan simulasi yang stabil.

Simulasi dilakukan untuk menguji pengaruh dari bilangan Reynolds terhadap munculnya berbagai pola aliran air pada kanal homogen dengan gangguan berupa pulau di dekat ujung kiri. Disini, bilangan Reynolds berbanding lurus terhadap kecepatan dan diameter gangguan dan berbanding terbalik dengan viskositas.

Kasus pertama menguji pengaruh viskositas terhadap berbagai pola aliran. Dari hasil simulasi tampak bahwa untuk viskositas kecil, setelah waktu cukup lama, aliran air menjadi tidak stabil dan muncul vortex yang mengindikasikan pola bertipe aliran laminar *separated periodic*. Sedangkan untuk viskositas yang lebih besar, pola aliran yang terbentuk berupa laminar *separated steady*. Pada simulasi selanjutnya, yaitu saat ukuran pulau dan kecepatan aliran diperbesar, efek turbulensi muncul lebih cepat daripada kasus yang pertama. Aliran yang dihasilkan pada kedua simulasi tersebut bertipe *turbulent wake periodic*. Simulasi terakhir dengan topografi berupa lorong sempit, aliran air bertransisi dari aliran laminar *separated steady* menuju laminar *separated periodic* seiring dengan perubahan bilangan Reynolds.

Dari hasil simulasi dapat disimpulkan bahwa model yang dimiliki mampu menunjukkan pengaruh dari besarnya bilangan Reynolds terhadap kemunculan berbagai pola aliran.

5 Ucapan Terima Kasih

Terimakasih untuk Lembaga Pengelola Dana Pendidikan (LPDP) yang sudah memberikan support dana untuk dilaksanakannya penelitian ini.

6 Daftar Pustaka

- [1] R. A. Khan and N. K. R. Kevlahan, “Data assimilation for the two-dimensional shallow water equations: Optimal initial conditions for tsunami modelling,” *Ocean Model.*, vol. 174, no. March 2021, p. 102009, 2022, doi: 10.1016/j.ocemod.2022.102009.
- [2] D. Adytia, “Tsunami Simulation in Indonesia’s Areas Based on Shallow Water Equations and Finite Element Method Tsunami Simulation in Indonesia’s Areas,” Institut Teknologi Bandung, 2008.
- [3] J. G. Liu and W. H. Zhu, “Breather wave solutions for the generalized shallow water wave equation with variable coefficients in the atmosphere, rivers, lakes and oceans,” *Comput. Math. with Appl.*, vol. 78, no. 3, pp. 848–856, 2019, doi: 10.1016/j.camwa.2019.03.008.
- [4] I. Magdalena, R. La’lang, and R. Mendoza, “Quantification of wave attenuation in mangroves in Manila Bay using nonlinear Shallow Water Equations,” *Results Appl. Math.*, vol. 12, p. 100191, 2021, doi: 10.1016/j.rinam.2021.100191.
- [5] I. Magdalena, A. A. A. Hariz, M. Farid, and M. S. B. Kusuma, “Numerical studies using staggered finite volume for dam break flow with an obstacle through different geometries,” *Results Appl. Math.*, vol. 12, p. 100193, 2021, doi: 10.1016/j.rinam.2021.100193.
- [6] S. Busto and M. Dumbser, “A staggered semi-implicit hybrid finite volume / finite element scheme for the shallow water equations at all Froude numbers,” *Appl. Numer. Math.*, vol. 175, pp. 108–132, 2022, doi: 10.1016/j.apnum.2022.02.005.
- [7] I. P. Sari, “Penyelesaian Persamaan Gelombang Air Dangkal Dengan Beberapa Metode Numeris,” Universitas Sanata Dharma, 2016.
- [8] L. I. Nikmah, “Penyelesaian Numerik Persamaan Gelombang Air Dangkal Linier 1D Menggunakan Metode Volume Hingga,” Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim, 2015.
- [9] K. Anastasiou and C. T. Chan, “Solution of the 2D shallow water equations using the high-resolution finite-volume method on unstructured meshes,” *Int. J. Numer. Methods Fluids*, vol. 24, pp. 1225–1245, 1997.

- [10] A. Duran, J. P. Vila, and R. Baraille, “Energy-stable staggered schemes for the Shallow Water equations,” *J. Comput. Phys.*, vol. 401, p. 109051, 2020, doi: 10.1016/j.jcp.2019.109051.
- [11] M. Zijlema, “The role of the Rankine-Hugoniot relations in staggered finite difference schemes for the shallow water equations,” *Comput. Fluids*, vol. 192, 2019, doi: 10.1016/j.compfluid.2019.104274.
- [12] M. Ioriatti and M. Dumbser, “A posteriori sub-cell finite volume limiting of staggered semi-implicit discontinuous Galerkin schemes for the shallow water equations,” *Appl. Numer. Math.*, vol. 135, pp. 443–480, 2019, doi: 10.1016/j.apnum.2018.08.018.
- [13] S. Armfield and R. Street, “A comparison of staggered and non-staggered grid Navier-Stokes solutions for the 8:1 cavity natural convection flow,” *ANZIAM J.*, vol. 46, p. 918, 2005, doi: 10.21914/anziamj.v46i0.998.
- [14] N. A. Kampanis and J. A. Ekaterinaris, “A staggered grid, high-order accurate method for the incompressible Navier-Stokes equations,” *J. Comput. Phys.*, vol. 215, no. 2, pp. 589–613, 2006, doi: 10.1016/j.jcp.2005.11.014.
- [15] M. Ishtiyak, N. Datta, Y. O. Venkatta, Lingesh, V. Gupta, and A. Attri, “Experimental vortex-induced vibration of spring mounted cylinder: Achieving Lock-In,” Proceedings of the 5h International Conference on Ship and Offshore Technology ICSOT, 2017.
- [16] J. Kampf, *Ocean Modelling for Beginners Using Open-Source Software*. London: Springer, 2009.
- [17] O. B. Fringer, S. W. Armfield, and R. L. Street, “Reducing numerical diffusion in interfacial gravity wave simulations,” *Int. J. Numer. Methods Fluids*, vol. 49, no. 3, pp. 301–329, 2005, doi: 10.1002/flid.993.