Limits: Journal of Mathematics and Its Applications
E-ISSN: 2579-8936
P-ISSN: 1829-605X
Vol. 20, No. 3, Nopember 2023, 327-339
DOI: http://dx.doi.org/10.12962/limits.v20i3.17053

Perbandingan Harga Opsi *Reset* dengan Metode Monte Carlo Standar dan *Control Variate*

Donny Citra Lesmana[1]*, Andyta Putri Pramesty [2], Yunita Nur'Afiyah[3], Akbar Cautsar Suryaputra[4], Anggi Setya Pratiwi[5], Wintang Dayinta Wiyanto[6], Yeremia Bertolla Gimanjar[7]
[1,2,3,4,5,6,7] Departemen Matematika, IPB University, Bogor Indonesia
e-mail: donnylesmana@apps.ipb.ac.id

Diajukan: 7 Juni 2023, Diperbaiki: 5 Nopember 2023, Diterima: 9 Nopember 2023

Abstrak

Opsi bermanfaat untuk melindungi investor dari risiko kenaikan atau penurunan harga saham. Opsi yang digunakan dalam penelitian ini adalah opsi *reset* dengan tipe *call* dan *put* yang bersifat *path-dependent*. Dalam kebanyakan kasus, opsi yang bersifat *path-dependent* tidak memiliki solusi analitik sehingga perlu dilakukan pendekatan numerik untuk menghitung harga wajar opsi jenis ini. Dalam penelitian ini, metode numerik yang digunakan adalah metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo *control variate*. Ditunjukkan pula bahwa harga opsi *reset* yang dihitung menggunakan kedua metode tersebut konvergen menuju solusi eksak. Hal ini menandakan bahwa kedua metode dapat digunakan untuk menentukan harga opsi *reset*. Hasil penghitungan kedua metode tersebut kemudian dibandingkan berdasarkan kecepatan kekonvergenannya yang dihitung menggunakan galat relatif yang dihasilkan dari masing-masing metode. Metode Monte Carlo *control variate* menghasilkan galat relatif yang lebih kecil dibandingkan dengan Monte Carlo standar pada kedua tipe opsi. Hal ini menunjukkan bahwa metode Monte Carlo *control variate* merupakan metode yang lebih akurat dibandingkan metode Monte Carlo standar. Pengaruh nilai parameter model juga dibandingkan untuk menentukan harga opsi *reset*. Nilai volatilitas yang semakin besar membuat harga opsi *reset* cenderung semakin mahal pada kedua tipe opsi *reset*. Waktu *reset* yang semakin dekat dengan tanggal terbit opsi ataupun waktu jatuh tempo opsi menyebabkan harga opsi *reset* cenderung semakin murah. Sedangkan tingkat bunga bebas risiko menyebabkan perubahan perilaku harga yang berbeda pada opsi *put* dan *call*. Dengan meningkatnya tingkat bunga bebas risiko, harga opsi *call* akan semakin meningkat, sedangkan harga opsi *put* semakin menurun.

Kata Kunci: Harga Opsi, Monte Carlo, Opsi *Reset*, *Control Variate*

Abstract

Options are useful for protecting investors from the risk of increasing or decreasing share prices. The options used in this research are reset options with path-dependent call and put types. In most cases, path-dependent options do not have an analytical solution, so it is necessary to take a numerical approach to calculate the fair price of this type of option. In this research, the numerical methods used are the standard Monte Carlo method and the Monte Carlo control variate method. It is also shown that the reset option prices calculated using both methods converge towards an exact solution. This indicates that both methods can be used to determine the reset option price. The calculation results of the two methods are then compared based on their convergence speed which is calculated using the relative error resulting from each method. The Monte Carlo control variate method produces smaller relative errors compared to standard Monte Carlo for both types of options. This shows that the Monte Carlo control variate method is a more accurate method than the standard Monte Carlo method. The influence of model parameter values is also compared to determine the price of the reset option. The greater the volatility value, the reset option price tends to be more expensive for both types of reset options. The closer the reset time is to the option issue date or the option expiration time, the reset option price tends to be cheaper. Meanwhile, the risk-

free interest rate causes different price behavior changes in put and call options. As the risk-free interest rate increases, the price of the call option will increase, while the price of the put option will decrease.
***Keywords**: Option Prices, Monte Carlo, Reset Options, Control Variate*

1 Pendahuluan

Saham yang diperjualbelikan di pasar modal memiliki ketidakpastian harga di waktu mendatang. Hal tersebut dapat menimbulkan kerugian bagi investor. Melalui perkembangan transaksi aset, risiko terhadap kerugian tersebut dapat diminimalisir menggunakan kontrak derivatif. Kontrak derivatif merupakan suatu perjanjian antara dua pihak untuk menjual atau membeli *underlying asset* (aset dasar) dengan harga yang telah disepakati, sebelum atau pada saat jatuh tempo. *Underlying asset* merupakan aset dasar yang menjadi dasar harga derivatif [1]. *Underlying asset* dapat berupa saham, obligasi, kurs nilai tukar, dan komoditas. Produk derivatif hadir dalam berbagai jenis, seperti kontrak *future*, kontrak *forward*, *swap*, dan opsi (*option)*.

Opsi seringkali digunakan untuk mengelola risiko finansial, seperti perubahan harga aset [2]. Opsi memberikan hak, bukan kewajiban, kepada pemegangnya untuk membeli atau menjual aset pada saat atau sebelum jatuh tempo dengan harga tertentu yang disebut harga kesepakatan (*strike price*). Opsi dapat diklasifikasikan berdasarkan hak, waktu eksekusi, dan struktur *payoff*-nya. Berdasarkan haknya, opsi dibagi menjadi opsi *call*, yaitu hak untuk membeli *underlying asset*, dan opsi *put*, yaitu hak untuk menjual *underlying asset*. Sedangkan berdasarkan struktur *payoff*, terdapat dua jenis opsi, yaitu opsi vanila dan opsi eksotik. Opsi vanila merupakan opsi tipe Eropa atau tipe Amerika dengan *underlying asset* tunggal [3]. Opsi eksotik adalah opsi yang struktur *payoff*-nya tidak hanya bergantung pada harga *underlying asset* saat dieksekusi, tetapi juga bergantung pada lintasan harga *underlying asset* selama masa hidup opsi [4]. Terdapat beberapa jenis opsi eksotik, antara lain opsi Asia, opsi *barrier*, opsi *window*, dan opsi *reset*.

Dalam penelitian ini, akan dilakukan penentuan harga opsi *reset*. Opsi *reset* adalah salah satu opsi *path-dependent* yang harga *strike*-nya dapat di-*reset* (diubah) berdasarkan kesepakatan tertentu pada waktu yang ditentukan di masa depan (waktu *reset*) [5]. Opsi *reset* sering digunakan dalam konteks manajemen risiko keuangan untuk mengurangi risiko yang terkait dengan fluktuasi nilai aset [6].

Secara umum, penentuan harga opsi dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu metode analitik dan metode numerik. Metode analitik sendiri merupakan metode perhitungan yang bertujuan menghasilkan solusi analitik dari suatu harga opsi [7]. Salah satu model yang menggunakan pendekatan analitik dalam menghitung harga opsi adalah model Black-Scholes. Model ini telah diterima dan kerap digunakan oleh banyak investor dalam menentukan harga opsi Eropa [8]. Akan tetapi, model Black-Scholes memiliki keterbatasan dalam menentukan harga opsi yang bersifat *path-dependent* [9]. Oleh karena itu, diperlukan metode numerik dalam menentukan harga opsi dengan sifat tersebut.

Metode numerik merupakan suatu teknik penyelesaian masalah secara matematik yang menghasilkan nilai aproksimasi atau pendekatan sehingga terdapat galat (*error*) [7]. Salah satu metode numerik dalam penentuan harga opsi adalah metode Monte Carlo. Metode Monte Carlo merupakan sebuah teknik yang digunakan dalam menentukan harga opsi dengan melakukan perulangan simulasi. Untuk mendapatkan nilai aproksimasi yang akurat, metode ini memerlukan iterasi dan pembangkitan data yang cukup besar [4]. Hal ini tentunya membuat waktu komputasi menjadi cukup lama. Cara lain yang dapat digunakan dalam meningkatkan akurasi nilai aproksimasi adalah dengan teknik reduksi varians [10]. Dalam penelitian ini, teknik reduksi varians yang digunakan adalah *control variate.*

Beberapa penelitian terdahulu telah membahas mengenai perbandingan metode Monte Carlo standar dengan Monte Carlo reduksi varians dalam menentukan harga opsi. Pramuditya [10] membandingkan metode Monte Carlo standar dan metode Monte Carlo reduksi varians untuk menghitung harga opsi Asia. Hasil dari penelitian tersebut menunjukkan bahwa kedua metode tersebut dapat digunakan untuk menentukan harga opsi Asia dengan selang kepercayaan 95%. Dalam penelitian tersebut, diketahui bahwa metode Monte Carlo reduksi varians dapat memperkecil selang kepercayaan tersebut lebih cepat dibandingkan dengan metode Monte Carlo standar. Ayudiah *et al.* [11] menyatakan bahwa metode Monte Carlo *control variate* menghasilkan galat yang lebih kecil dalam penghitungan harga opsi Eropa dibandingkan metode Monte Carlo standar.

Tujuan penelitian ini adalah menghitung harga opsi *reset* menggunakan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo reduksi varians kemudian membandingkan efektivitas kedua metode tersebut. Simulasi dilakukan untuk mengetahui metode yang memiliki galat lebih kecil dalam menentukan harga opsi *reset*, baik opsi *put* maupun opsi *call*. Selain itu, dilakukan simulasi nilai pada beberapa parameter model untuk mengetahui pengaruh parameter-parameter tersebut dalam penentuan harga opsi *reset*.

2 Metode Penelitian

2.1. Model Harga Saham

Pada penelitian ini, harga saham diasumsikan mengikuti Gerak Brown Geometrik atau *Geometric Brownian Motion* (GBM). Model GBM dapat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$dS = \mu S\, dt + \sigma S\, dZ \tag{1}$$

dengan S adalah harga saham, μ adalah *drift rate*, σ adalah volatilitas, dan dZ adalah proses Wiener [12]. Persamaan model saham dapat dinyatakan dalam sembarang fungsi $F(S,t)$. Pada sembarang fungsi tersebut berlaku Lemma Ito yang dinyatakan dalam persamaan berikut [13]:

$$\mathrm{d}F = \left(S\mu\frac{\partial F}{\partial S} + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)dt + \left(\frac{\partial F}{\partial S}\sigma S\right)dZ \qquad (2)$$

Misalkan $F = \ln(S)$, maka dari Persamaan (2) diperoleh:

$$\mathrm{d}\ln(S) = \left(S\mu\frac{\partial \ln(S)}{\partial S} + \frac{\partial \ln(S)}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \ln(S)}{\partial S^2}\sigma^2 S^2\right)dt + \left(\frac{\partial \ln(S)}{\partial S}\sigma S\right)dZ$$

dan dihasilkan:

$$S_t = S_{t-1}e^{\left(\mu-\frac{1}{2}\sigma^2\right)dt+\sigma\varepsilon\sqrt{dt}} \qquad (3)$$

dengan S_t adalah harga saham pada waktu t dan ε menyebar normal baku. Persamaan (3) digunakan sebagai model untuk meramalkan pergerakan harga saham [12].

2.2. Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data harga penutupan saham *Star Bulk Carriers Corp.* (SBLK). Data yang dipilih merupakan data harga saham harian selama periode 3 Januari 2022 hingga 3 Januari 2023. Data tersebut dapat diakses melalui *website* finance.yahoo.com. Data lainnya yang diperlukan dalam penelitian ini adalah harga *strike* K, waktu *reset* t^*, waktu jatuh tempo T, nilai volatilitas σ, dan suku bunga bebas risiko r. Waktu *reset* t^* ditentukan secara bebas, yang dalam penelitian ini digunakan hari ke-183. Nilai volatilitas (σ) dihitung dengan persamaan Hull sebagai berikut [14]:

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2} \qquad (4)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \qquad (5)$$

dengan *s* merupakan standar deviasi dari *return* saham (u_i), $\bar{u}$ adalah rata-rata dari u_i, dan τ adalah panjang sub-interval waktu dalam tahun. Waktu jatuh tempo, T, yang digunakan adalah selama 1 tahun. Suku bunga bebas risiko r mengikuti US 1 *Year Treasury Bill*, yaitu sebesar 5% per tahun.

2.3. Uji Normalitas

Gerak Brown Geometrik mengasumsikan bahwa *log return* dari suatu saham berdistribusi normal [15]. *Return* saham dapat dihitung dengan persamaan berikut:

$$r(t) = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) \qquad (6)$$

dengan S_t merupakan harga saham dari SBLK pada waktu t [13]. Terhadap data *log return* saham SBLK, akan dilakukan uji normalitas. Terdapat beberapa metode untuk menguji normalitas data.

Pada penelitian ini, uji normalitas dilakukan secara deskriptif dan uji statistik. Q-Q Plot digunakan sebagai uji normalitas secara deskriptif. Uji Anderson-Darling digunakan sebagai uji statistik untuk normalitas data. Pengujian dengan metode Anderson-Darling dilakukan sebagai berikut:

H_0 = data *return* saham berdistribusi normal,

H_1 = data *return* saham tidak berdistribusi normal.

Jika *p-value* $< \alpha$, maka H_0 ditolak. Artinya, data *return* saham tidak berdistribusi normal. Jika *p-value* $> \alpha$, maka H_0 diterima yang berarti data berdistribusi normal [16].

2.4. Opsi *Reset*

Opsi *Reset* merupakan opsi *path-dependent* dengan fitur yang dapat mengubah harga *strike*. Opsi *reset* memberikan hak kepada pemegangnya untuk mengubah harga *strike* K ke harga saham pada waktu *reset*. Hal ini dilakukan agar opsi yang sebelumnya *out-of-the-money* menjadi opsi yang *at-the-money*. Opsi *reset* terdiri atas opsi *call* dan opsi *put*. Misalkan suatu opsi memiliki waktu *reset* t_i^*, dengan $i = 1,2,3, \ldots$ dan $t_1^* < \ldots < t_2^* < T$. Untuk opsi *call reset* dan opsi *put reset*, besarnya *payoff* pada waktu jatuh tempo T adalah sebagai berikut [17]:

Tabel 1. *Payoff* Opsi *Reset*

Opsi	***Payoff***
Call	$\max(S_T - \min\left(K, S_{t_1}, \ldots, S_{t_n}\right), 0)$
Put	$\max(\max\left(K, S_{t_1}, \ldots, S_{t_n}\right) - S_T, 0)$

dengan $S_{t_{i\,=\,1,2,\ldots,n}}$ merupakan harga *strike* yang telah diubah mengikuti harga saham pada waktu *reset* dan K adalah harga *strike* awal, di mana $K > 0$.

2.5. Metode Monte Carlo

Metode Monte Carlo merupakan teknik numerik yang digunakan dalam menentukan harga opsi dengan membangkitkan serangkaian skenario harga aset yang mungkin terjadi di masa depan. Metode ini menggunakan *law of large number* dalam penghitungannya, yang berarti semakin banyak simulasi yang digunakan, maka semakin baik pendekatan numeriknya [14].

Dalam menentukan harga opsi menggunakan metode Monte Carlo, harga *underlying asset* dimodelkan mengikuti Gerak Brown Geometrik menggunakan penilaian risiko netral sebagai berikut [18].

$$dS_t = S_t(rdt + \sigma dW_t) \tag{7}$$

dengan $t \in [0, T], T > 0$. Selanjutnya skenario harga *underlying asset* dibangkitkan dengan simulasi acak Gerak Brown Geometrik dengan melakukan diskretisasi Persamaan (7) sebagai berikut [18].

$$\Delta S_t = S_t\left(r\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}\right)\ ;\ \varepsilon \sim \phi(0,1). \tag{8}$$

Kemudian dari skenario harga aset yang dihasilkan, nilai opsi dihitung di setiap titik di masa depan dan dilakukan estimasi harga opsi beserta skenario yang mungkin terjadi.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penentuan harga opsi *reset* dengan simulasi Monte Carlo diuraikan sebagai berikut [18]:

1. Tentukan parameter-parameter yang diperlukan untuk menentukan harga opsi *reset*, yaitu harga saham awal (S_0), harga *strike* (K), volatilitas (σ), suku bunga bebas risiko (r), jumlah simulasi yang dilakukan (M), dan waktu jatuh tempo (T).
2. Bangkitkan *M* bilangan acak ε_i yang berdistribusi normal baku $\varepsilon_i \sim \phi(0,1)\ , i = 1,2, \dots M$.
3. Simulasikan harga saham menggunakan Gerak Brown Geometrik pada waktu t untuk iterasi ke-i (S_t^i) dengan persamaan sebagai berikut:
$$\left(S_t^i\right) = S_{t-1}^i \exp\left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \varepsilon_i\sigma\sqrt{\Delta t}\right] \tag{9}$$
4. Tentukan waktu *reset*: *Reset* terjadi ketika harga saham melebihi harga *reset* yang ditetapkan. Jika *reset* terjadi, setel harga *strike* ke harga *reset*.
5. Hitung nilai sekarang *payoff* opsi *call* dan *put* dengan mengalikan faktor diskonto pada penilaian *risk-neutral* dengan *payoff* opsi seperti berikut:
$$C_i = e^{-rT}\max(S_T^i - \min(K, S_{t_1}^i, \dots, S_{t_n}^i)\ , 0) \tag{10}$$
$$P_i = e^{-rT}\max(\max\left(K, S_{t_1}^i, \dots, S_{t_n}^i\right) - S_T^i\ , 0) \tag{11}$$
6. Hitung harga opsi *call* (C) dan *put* (P) menggunakan nilai rata-rata *payoff* yang telah didiskontokan sebagai berikut:
$$C = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} C_i \tag{12}$$
$$P = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} P_i \tag{13}$$

2.6. Metode *Control Variate*

Metode *control variate* merupakan salah satu metode reduksi varians yang dilakukan untuk meningkatkan efisiensi simulasi Monte Carlo. Teknik reduksi varians dapat meningkatkan kecepatan konvergensi dan mengurangi variansi hasil simulasi, sehingga interval kepercayaan yang berisi solusi akan semakin menyempit dan solusi yang lebih akurat bisa diperoleh lebih cepat [19]. Metode Monte Carlo *control variate* memperoleh keuntungan dari peubah acak dengan nilai harapan yang diketahui dan berkorelasi positif dengan peubah yang diamati [11].

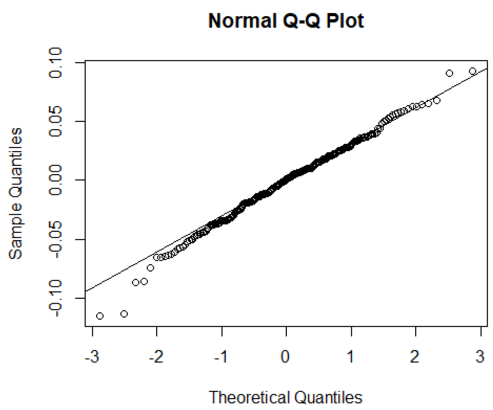
Dalam pendugaan harga opsi menggunakan metode Monte Carlo *control variate*, harga saham pada waktu jatuh tempo opsi dapat digunakan sebagai peubah kontrol. Hal ini karena harga saham pada waktu jatuh tempo opsi memiliki korelasi yang kuat dengan *payoff* opsi (F), dengan nilai harapan diketahui sebagai berikut: $E(S_T) = S_0 e^{rT}$. Simulasi Monte Carlo *control variate* [18] pada harga opsi *reset* dapat diuraikan sebagai berikut:

1. Tentukan nilai harga saham (S_0), harga *strike* (K), volatilitas (σ), suku bunga bebas risiko (r), jumlah simulasi (M), dan waktu jatuh tempo (T).
2. Hitung pergerakan harga saham (S_t) harian SBLK mengikuti Gerak *Brown* Geometrik.
3. Setelah diperoleh harga saham sampai waktu T, hitung *payoff* opsi *call reset* (C) dan opsi *put reset* (P).
4. Hitung k_C untuk opsi *call reset* dan k_P untuk opsi *put reset* dengan persamaan sebagai berikut:
$$k_C = -\frac{\mathrm{Cov}(S_T, C)}{\mathrm{Var}(C)} \tag{14}$$
$$k_P = -\frac{Cov(S_T, P)}{\mathrm{Var}(P)} \tag{15}$$
5. Kemudian hitung kembali nilai sekarang dari *payoff* opsi *reset* yang sudah dipengaruhi peubah kontrol dengan persamaan berikut:
$$C_i = e^{-rT}[\max(S_T^i - \min(K, S_{t_1}^i, \dots, S_{t_n}^i), 0) + k_C(S_T^i - S_0 e^{rT})] \tag{16}$$
$$P_i = e^{-rT}[\max(\max(K, S_{t_1}^i, \dots, S_{t_n}^i) - S_T^i, 0) + k_P(S_T^i - S_0 e^{rT})] \tag{17}$$
6. Tentukan harga opsi *reset* dengan mengambil rata-rata dari harga opsi *call reset* dan opsi *put reset* dari semua simulasi.

3 Hasil dan Pembahasan

3.1 Uji Normalitas

Uji Normalitas dilakukan terhadap data saham SBLK secara deskriptif dan uji statistik. Secara deskriptif, digunakan metode Q-Q Plot untuk melihat apakah data saham berdistribusi normal atau tidak. Hasil dari plot data *log return* saham ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Plot *log return* harga saham SBLK

Berdasarkan Gambar 1, terlihat bahwa titik-titik data *log return* saham menyebar di sekitar garis diagonal. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa data *log return* saham memenuhi asumsi normalitas secara deskriptif. Selanjutnya, dilakukan uji statistik menggunakan metode uji Anderson Darling. Dengan bantuan program R, didapatkan nilai *p-value* sebesar 0,4842 sehingga disimpulkan bahwa H_0 diterima. Artinya, data *log return* harga saham berdistribusi normal.

3.2 Ilustrasi Numerik

Langkah awal dalam penghitungan harga opsi adalah menentukan nilai parameter yang akan digunakan untuk simulasi. Pada penelitian ini, simulasi dilakukan dengan menggunakan nilai parameter berikut:

Tabel 2. Parameter Simulasi

Parameter	**Nilai**
S_0	18,46
K_0	18,46
r	0,05
σ	0,623847
t^*	hari ke-183
T	1 tahun

Berdasarkan data parameter pada Tabel 2, selanjutnya dilakukan simulasi menggunakan metode Monte Carlo standar dan Monte Carlo c*ontrol variate* untuk memperoleh harga opsi *reset*. Hasil penghitungan dari kedua metode tersebut memiliki galat yang disebut sebagai galat relatif. Galat relatif dapat dihitung menggunakan rumus berikut,

$$\varepsilon_r = \frac{|\hat{a}-a|}{a} \tag{18}$$

dengan $\hat{a}$ merupakan nilai dari solusi numerik dan a sebagai nilai dari solusi eksak. Solusi eksak yang digunakan adalah nilai solusi dari simulasi yang optimal. Pada penelitian ini, digunakan *M* = 100.000 untuk simulasi yang optimal. Solusi eksak opsi *call reset* dan opsi *put reset* untuk Monte Carlo standar berturut-turut sebesar 5,508 dan 5,069. Solusi eksak opsi *call reset* dan opsi *put reset* untuk Monte Carlo c*ontrol variate* berturut-turut sebesar 5,474 dan 5,078.

Tabel 3. Hasil Penghitungan Harga Opsi *Call Reset*

M	**Monte Carlo Standar**			**Monte Carlo *Control Variate***		
	Harga Opsi	**Galat Relatif**	**Rasio Galat**	**Harga Opsi**	**Galat Relatif**	**Rasio Galat**
3000	5,249	0,04702		5,559	0,02357	
6000	5,251	0,04666	1,00778	5,345	0,01553	1,51766
12000	5,344	0,02978	1,56707	5,442	0,00585	4,03125
24000	5,365	0,02596	1,14685	5,451	0,00420	1,39130

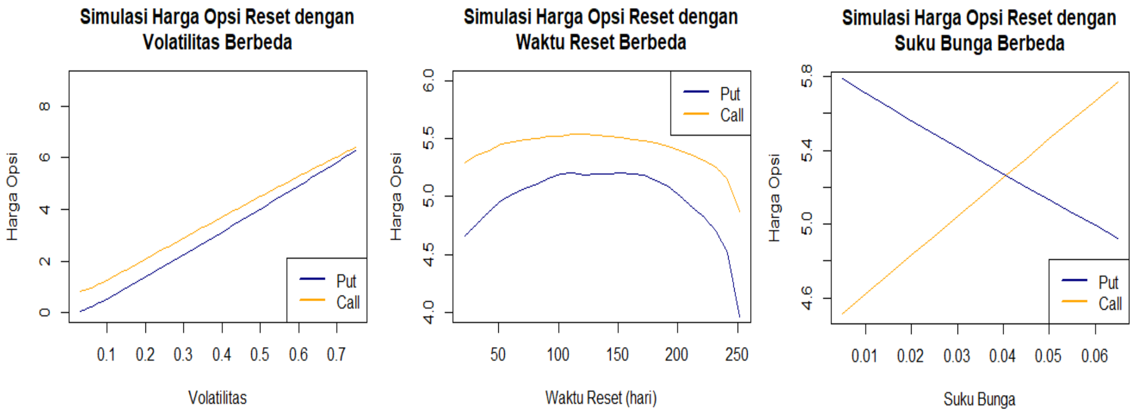
Berdasarkan Tabel 3, penghitungan harga opsi *call reset* semakin mendekati solusi eksak dengan bertambahnya jumlah simulasi yang dilakukan. Apabila dilihat dari nilai galat relatif yang diperoleh, nilai tersebut semakin mengecil dan semakin mendekati nol seiring dengan meningkatnya jumlah simulasi. Hal ini menandakan bahwa harga opsi *call reset* konvergen menuju solusi eksak. Pada Tabel 3 juga disajikan rasio galat yang merupakan perbandingan galat pada dua ukuran langkah atau elemen yang berbeda. Rasio galat berhubungan dengan tingkat kekonvergenan. Tingkat kekonvergenan menggambarkan sejauh mana suatu metode numerik dapat menghasilkan solusi yang mendekati solusi eksak. Tingkat kekonvergenan didapatkan dari penghitungan rata-rata rasio galat. Berdasarkan nilai-nilai rasio galat, diperoleh tingkat kekonvergenan opsi *call reset* menggunakan metode Monte Carlo standar dan *control variate* berturut-turut sebesar 1,24 dan 2,31. Artinya, penghitungan harga opsi *call reset* menggunakan metode Monte Carlo *control variate* 2 kali lebih cepat konvergen menuju solusi eksak dibandingkan dengan Monte Carlo standar. Nilai tingkat kekonvergenan yang didapat pada metode Monte Carlo *control variate* juga menandakan bahwa dengan meningkatkan jumlah simulasi menjadi 2 kali, maka nilai galat pada harga opsi *call* akan mengecil 2,31 kali dari sebelumnya.

Tabel 4. Hasil penghitungan harga opsi *put reset*

M	Monte Carlo Standar			Monte Carlo *Control Variate*		
	Harga Opsi	Galat Relatif	Rasio Galat	Harga Opsi	Galat Relatif	Rasio Galat
3000	5,305	0,04656		5,226	0,02915	
6000	4,984	0,01677	2,77647	4,958	0,02363	1,23333
12.000	5,094	0,00493	3,40000	5,066	0,00236	10,0000
24.000	5,096	0,00533	0,92593	5,072	0,00118	2,00000

Berdasarkan Tabel 4, penghitungan harga opsi *put reset* semakin mendekati solusi eksak dengan bertambahnya jumlah simulasi yang dilakukan. Apabila dilihat dari nilai galat relatif yang diperoleh, nilai tersebut makin mengecil dan semakin mendekati nol seiring dengan meningkatnya jumlah simulasi. Hal ini menandakan bahwa harga opsi *put reset* konvergen menuju solusi eksak. Tingkat kekonvergenan opsi *put reset* menggunakan metode Monte Carlo standar dan *control variate* berturut-turut sebesar 2,37 dan 4,41. Artinya, penghitungan harga opsi *put reset* menggunakan metode Monte Carlo *control variate* 2 kali lebih cepat konvergen menuju solusi eksak dibandingkan dengan Monte Carlo standar. Nilai tingkat kekonvergenan yang didapat pada metode Monte Carlo *control variate* juga memiliki arti bahwa dengan meningkatkan jumlah simulasi menjadi 2 kali, maka nilai galat pada harga opsi *put* akan mengecil 4,41 kali dari sebelumnya. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa metode Monte Carlo *control variate* lebih akurat dibandingkan dengan Monte Carlo standar.

3.3 Hasil Simulasi untuk Beberapa Nilai Parameter Simulasi



(a) Volatilitas (b) Waktu *Reset* (c) Suku Bunga

Gambar 2. Grafik Harga Opsi *Reset* untuk Beberapa Nilai (a) Volatilitas, (b) Waktu *Reset*, (c) Suku Bunga

Gambar 2 (a) menunjukkan grafik harga opsi *reset* untuk beberapa nilai volatilitas. Volatilitas merupakan instrumen penting dalam harga opsi. Hal ini karena volatilitas memiliki hubungan yang kuat dengan harga opsi. Berdasarkan grafik tersebut, dapat dilihat bahwa terdapat hubungan yang positif antara harga opsi *reset* (*call* dan *put*) dengan volatilitas karena semakin besar volatilitas maka harga opsi juga semakin tinggi. Hal tersebut terjadi karena peningkatan volatilitas menyebabkan probabilitas untuk memperoleh hasil yang menguntungkan meningkat, sehingga nilai opsi *call* dan *put* juga meningkat [20].

Gambar 2 (b) menampilkan harga opsi *call* dan *put* dengan waktu *reset* yang berbeda. Semakin dekat waktu *reset* dengan tanggal terbit opsi menyebabkan harga opsi cenderung lebih murah. Hal yang sama juga terjadi ketika waktu *reset* dekat dengan jatuh tempo. Waktu *reset* yang semakin dekat dengan jatuh tempo opsi menyebabkan harga opsi lebih rendah. Ketika harga opsi menyentuh harga maksimalnya, harga opsi menurun secara perlahan seiring bertambahnya waktu *reset*. Waktu *reset* menyebabkan harga *strike* di-*reset* menjadi sebesar harga saham yang baru jika melewati batas tertentu pada periode tertentu. Dekatnya waktu *reset* dengan waktu terbit opsi menyebabkan kesempatan harga saham untuk naik atau turun terbatas [21].

Gambar 2 (c) menampilkan grafik harga opsi *reset* dengan suku bunga berbeda. Jika suku bunga naik, maka harga opsi *call reset* juga akan meningkat. Hal ini terjadi karena suku bunga yang lebih tinggi akan mengurangi nilai diskonto dari pembayaran masa depan yang diatur ulang dalam opsi *reset*, sehingga harga opsi meningkat. Dengan demikian, harga opsi *call reset* merupakan fungsi naik terhadap suku bunga.

Pada grafik harga opsi *put reset*, jika suku bunga dinaikkan, maka harga opsi *put reset* akan menurun. Hal ini terjadi karena suku bunga yang lebih tinggi akan meningkatkan nilai diskonto dari pembayaran masa depan yang diatur ulang dalam opsi *reset*. Dengan kata lain, kenaikan suku bunga memiliki hubungan terbalik dengan harga opsi *put reset*, di mana kenaikan suku bunga dapat menyebabkan penurunan harga opsi *put reset*.

4 Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian, penggunaan metode Monte Carlo *control variate* dalam penentuan harga opsi *call reset* dan opsi *put reset* menghasilkan solusi yang lebih baik karena memiliki nilai galat relatif yang lebih kecil dibandingkan penggunaan metode Monte Carlo standar. Beberapa nilai parameter dari hasil simulasi Monte Carlo *control variate* memiliki pengaruh terhadap penentuan harga opsi *reset.* Parameter volatilitas memiliki pengaruh yang positif terhadap harga opsi *call* dan *put*. Kemudian, waktu *reset* yang semakin dekat dengan tanggal terbit opsi ataupun jatuh temponya menyebabkan harga opsi *reset* cenderung lebih murah. Suku bunga bebas risiko yang semakin tinggi menyebabkan perubahan perilaku yang berlawanan antara opsi *call* dan *put*. Suku bunga bebas risiko yang semakin tinggi menyebabkan harga opsi *call* semakin meningkat, sedangkan harga opsi *put* menurun. Hal ini sejalan dengan teori harga opsi.

5 Daftar Pustaka

[1] H. C. Krisnawangsa, C. T. A. Hasiholan, M. D. A. Adhyaksa, and L. F. Maspaitella, "Urgensi Pengaturan Undang-Undang Pasar Fisik Aset Kripto (Crypto Asset)," *Dialogia Iuridica*, vol. 13, no. 1, pp. 1–15, 2021.

[2] E. F. Brigham and M. C. Ehrhardt, *Financial Management: Theory & Practice*, 16th ed. Massachusetts: Cengage Learning, 2019.

[3] I. Kamila, E. H. Nugrahani, and D. C. Lesmana, "Metode Monte Carlo untuk Menentukan Harga Opsi Barrier dengan Suku Bunga Tak Konstan," *MILANG: Journal of Mathematics and Its Applications*, vol. 16, no. 1, pp. 55–68, 2017.

[4] F. Zubedi, N. Achmad, and S. L. Mahmud, "Penentuan Harga Beli Opsi Asia Menggunakan Monte Carlo-Antithetic Variate dan Monte Carlo-Control," *EULER: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, vol. 10, no. 1, pp. 7–14, 2022.

[5] B. P. Josaphat, "Perancangan Algoritma untuk Menghitung Harga Opsi Reset dengan Metode Binomial," *Jurnal Aplikasi Statistika & Komputasi Statistik*, vol. 7, no. 1, pp. 65–74, 2015.

[6] D. Vo, S. Huynh, A. Vo, and D. Ha, "The Importance of the Financial Derivatives Markets to Economic Development in the World's Four Major Economies," *Journal of Risk and Financial Management*, vol. 12, no. 1, p. 35, Feb. 2019, doi: 10.3390/jrfm12010035.

[7] M. N. Mooy, A. Rusgiyono, and R. Rahmawati, "Penentuan Harga Opsi Put dan Call Tipe Eropa Terhadap Saham Menggunakan Model Black-Scholes," *Jurnal Gaussian*, vol. 6, no. 3, pp. 407–417, 2017.

[8] W. Febriyanti, "Penentuan Harga Opsi dengan Model Black Scholes menggunakan Metode Beda Hingga Forward Time Central Space," *Journal of Fundamental Mathematics and Applications*, vol. 1, no. 1, pp. 45–51, 2018.

[9] R. Meliyani, E. H. Nugrahani, and D. C. Lesmana, "Penentuan Harga Opsi Call Window Reset Menggunakan Metode Binomial Tree dan Trinomial Tree," *MILANG: Journal of Mathematics and Its Applications*, vol. 15, no. 2, pp. 23–34, 2016.

[10] S. A. Pramuditya, "Penentuan Harga Opsi Asia dengan Metode Monte Carlo," *Jurnal Matematika Mantik*, vol. 3, no. 1, pp. 44–48, 2017.

[11] W. Ayudiah, D. C. Lesmana, and E. H. Nugrahani, "Penentuan Harga Opsi Sebagai Alat Lindung Nilai Petani Gabah Menggunakan Metode Monte Carlo Dan Teknik Control Variate," *Journal of Mathematics and Its Applications*, vol. 16, no. 1, pp. 39–54, 2017.

[12] H. D. Bhakti, "Prediksi Harga Saham Subsektor Farmasi Menggunakan Geometric Brownian Motion," *Jurnal Media Informatika Budidarma*, vol. 6, no. 1, pp. 395–403, 2022.

[13] W. Widyawati, N. Satyahadewi, and E. Sulistianingsih, "Penggunaan Model Black Scholes untuk Penentuan Harga Opsi Jual Tipe Eropa," *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika, dan Terapannya*, vol. 2, no. 1, pp. 13–20, 2013.

[14] J. C. Hull, *Options, Future, and Other Derivatives*, 11th ed. New Jersey: Pearson Education International, 2021.

[15] K. Reddy and V. Clinton, "Simulating Stock Prices Using Geometric Brownian Motion: Evidence from Australian Companies," *Australasian Accounting, Business, and Finance Journal*, vol. 10, no. 3, pp. 23–47, 2016.

[16] K. Aprilina, T. A. Nuraini, and A. Sopaheluwakan, "Kajian Awal Uji Statistik Perbandingan Suhu Udara dari Peralatan Pengamatan Otomatis dan Manual," *Jurnal Meteorologi dan Geofisika*, vol. 18, no. 1, pp. 13–20, 2015.

[17] A. François-Heude and O. Yousfi, "A generalization of Gray and Whaley's reset option," *Journal of Asset Management*, vol. 16, pp. 223–235, 2015.

[18] S. F. Adzhani, "Perbandingan Metode Monte Carlo Standar dan Monte Carlo dengan Reduksi Variansi dalam Menentukan Harga Opsi Tipe Eropa," Script, IPB University, Bogor, 2023.

[19] D. P. Anggraini, D. C. Lesmana, and B. Setiawaty, "Aplikasi simulasi monte carlo untuk menentukan nilai opsi asia dengan menggunakan metode control variate pada komoditas pertanian," *Journal of Mathematics and Its Applications*, vol. 16, no. 1, pp. 69–82, 2017.

[20] T. T. Gustyana and A. S. Dewi, "Analisis Perbandingan Keakuratan Harga Call Option dengan Menggunakan Metode Monte Carlo Simulation Dan Metode Black Scholes pada Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG)," *Jurnal Manajemen Indonesia*, vol. 14, no. 3, pp. 259–268, 2014.

[21] S. F. Gray and R. E. Whaley, "Reset put options: valuation, risk characteristics, and an application," *Australian Journal of Management*, vol. 24, no. 1, pp. 1–20, 1999.