

Pemodelan Harga Saham Berdasarkan *Generalized Linear Model* untuk Kejadian Multivariat

Fevi Novkaniza^{1*}, Jonathan Anthony², Rahmat Al Kafi³

^{1,3} Universitas Indonesia, Kampus FMIPA UI Depok 16424

^{1,3} Departemen Matematika FMIPA Universitas Indonesia

e-mail*: fevi.novkaniza@sci.ui.ac.id

Diajukan: 9 Oktober 2023, Diperbaiki: 12 Nopember 2023, Diterima: 13 Nopember 2023

Abstrak

Kejadian multivariat adalah kejadian-kejadian yang memiliki tidak hanya satu peristiwa yang memengaruhi, tetapi bisa lebih banyak peristiwa yang memberi dampak pada peristiwa utamanya. Dampak yang dihasilkan dari suatu kejadian dapat berupa apa saja dan bisa diprediksi. Hal ini menyebabkan perlunya dibentuk sebuah model untuk memprediksi dampak dari sebuah kejadian sehingga dapat diambil keputusan penting berdasarkan kejadian tersebut. Saham merupakan salah satu contoh yang dapat direpresentasikan sebagai kejadian multivariat, seperti harga saham saat penutupan atau *closing price*, harga maksimal penutupan saham pada periode tertentu, dan durasi waktu (bulanan). Harga penutupan saham dan harga maksimal penutupan saham pada periode tertentu merupakan variabel acak kontinu yang masing-masing diasumsikan berdistribusi eksponensial dan *truncated logistic*. Durasi waktu (bulanan) merupakan variabel acak diskrit yang diasumsikan berdistribusi geometrik. Untuk mengakomodir kejadian multivariat yang melibatkan ketiga variabel acak tersebut digunakan distribusi trivariat yaitu, distribusi TETLG (*Trivariate distribution with Exponential, Truncated Logistic, and Geometric marginals*). Selanjutnya, untuk mengetahui pola hubungan antara ketiga variabel acak sebagai vektor respon dengan tiga kovariat yaitu, tingkat pengangguran, tingkat inflasi, dan tingkat obligasi 10 tahun, dikonstruksi sebuah *Generalized Linear Model* (GLM) untuk kejadian multivariat. Estimasi parameter model GLM kejadian multivariat, dilakukan menggunakan metode *Maximum Likelihood*. Sebagai implementasi pemodelan harga saham menggunakan GLM kejadian multivariat, diterapkan pada data harga penutupan saham dari Yahoo! Finance untuk periode 2 Januari 1958 hingga 17 April 2020. Berdasarkan uji *likelihood ratio*, diperoleh hasil bahwa hanya tingkat inflasi dan tingkat pengangguran yang memiliki pengaruh signifikan terhadap pemodelan harga saham.

Kata Kunci: durasi, eksponensial, geometrik, harga, inflasi, rasio likelihood

Abstract

Multivariate events are events that have not only one influencing event, but there can be more events that have an impact on the main event. The impact resulting from an event can be anything and can be predicted. This causes the need to establish a model to predict the impact of an event so that important decisions can be made based on the incident. Stocks are one example that can be represented as multivariate events, such as the closing price of a stock, the maximum closing price for a given period, the duration of time (monthly). The closing price of shares and the maximum closing price of shares in a certain period are continuous random variables which are assumed to have exponential distribution and truncated logistic respectively. Time duration (months) is a discrete random variable which is assumed to have a geometric distribution. To accommodate multivariate events involving the three random variables, a trivariate distribution is used, namely, the TETLG distribution (Trivariate distribution with Exponential, Truncated Logistic, and Geometric marginals). Furthermore, to determine the pattern of relationship between the three random variables as response vectors with three covariates, which are, the

unemployment rates, the inflation rates, and the 10-year bond rates, a Generalized Linear Model (GLM) for multivariate events is constructed. Estimation of GLM model parameters for multivariate events was carried out using the Maximum Likelihood method. As an implementation of stock price modeling using GLM multivariate events, it is applied to closing stock price data from Yahoo! Finance for the period January 2, 1958, to April 17, 2020. Based on the likelihood ratio test, it was found that only the inflation rate and unemployment rate had a significant influence on stock price modelling.

Keywords: *duration, exponential, geometric, price, inflation, likelihood ratio*

1 Pendahuluan

Di dunia ini banyak sekali peristiwa-peristiwa yang dipengaruhi oleh peristiwa lainnya. Tidak hanya satu peristiwa yang mempengaruhi, tetapi bisa lebih banyak peristiwa yang memberi dampak pada peristiwa utamanya. Rangkaian kejadian-kejadian tersebut dapat disebut dengan kejadian multivariat [1]. Dalam hal ini, hubungan antar variabel acak dapat dianalisis untuk memahami bagaimana satu variabel mempengaruhi variabel lainnya. Studi tentang kejadian multivariat sering digunakan dalam bidang seperti ekonomi, sosiologi, biologi dan lain-lain. Contoh kejadian multivariat adalah peristiwa gelombang panas, peristiwa curah hujan tinggi, banjir, kekeringan, dan pertumbuhan atau penurunan di sektor keuangan seperti harga saham.

Saham adalah secarik kertas yang menunjukkan hak pemodal yaitu pihak yang memiliki kertas tersebut untuk memperoleh bagian dari prospek atau kekayaan organisasi yang menerbitkan sekuritas tersebut, dan berbagai kondisi yang memungkinkan pemodal tersebut menjalankan haknya. Pemilik saham juga memiliki hak untuk mendapatkan dividen sesuai dengan jumlah saham yang dimilikinya. Membeli saham perusahaan di pasar modal merupakan investasi yang memiliki risiko lebih tinggi dibandingkan instrumen investasi lain, seperti obligasi, deposito, tabungan berjangka, atau emas. Meskipun demikian, investasi saham juga bisa memberikan imbal atau keuntungan yang tinggi, baik dari dividen maupun kenaikan harga saham.

Harga penutupan saham (*closing price*) adalah harga yang terakhir muncul pada sebuah saham sebelum bursa tutup. Bursa adalah pasar dimana perusahaan yang telah *go-public* atau sudah menjual sahamnya kepada masyarakat, dapat menjual dan membeli kembali sahamnya di bursa tersebut. Harga penutupan saham ini ditentukan di akhir perdagangan dalam satu hari (U.S. *Securities and exchange commission*, 2022). Harga penutupan saham sangat penting karena menjadi acuan untuk harga pembukaan di keesokan harinya. Dalam saham, terdapat istilah yang disebut tren artinya kecenderungan arah pergerakan dari harga saham yang berlangsung cukup lama dan dapat diidentifikasi sampai berakhir. Tren sering digunakan sebagai analisis teknikal oleh investor untuk mengetahui apakah pergerakan saham mengalami kenaikan (*bullish*), penurunan (*bearish*) atau mendatar (*sideways*). Selama periode pergerakan harga saham mengalami kenaikan, investor dapat menjual saham dan pada sisi lainnya investor dapat membeli

saham di harga yang lebih murah atau rendah saat pergerakan harga saham mengalami penurunan. Jika pergerakan harga sahamnya mendatar, tidak naik ataupun turun, investor bisa menahan keputusan membeli atau menjual sampai arah pergerakannya lebih jelas. Dengan demikian, investor dapat memperkirakan dan mendapatkan keuntungan maksimal dan kerugian sekecil mungkin.

Harga maksimal penutupan saham mengacu pada harga tertinggi yang dicapai suatu saham dalam jangka waktu tertentu atau dalam suatu periode pengamatan. Harga saham berfluktuasi seiring dengan permintaan dan penawaran dalam bursa saham. Beberapa faktor yang dapat mempengaruhi pergerakan harga saham dan menentukan harga maksimal penutupan saham adalah jumlah pembelian dan penjualan suatu saham, kinerja perusahaan, dan sentimen investor. Sedangkan durasi waktu kenaikan atau penurunan suatu saham adalah lamanya waktu yang dibutuhkan untuk harga penutupan saham meningkat atau menurun seiring dengan pergerakan pasar. Durasi dapat digunakan untuk mengukur persentase perubahan harga saham sebagai respon terhadap perubahan 1% dalam satu periode waktu pengamatan.

Kejadian yang terkait dalam peristiwa harga saham, yaitu harga penutupan saham, harga maksimal penutupan saham dan durasi waktu kenaikan atau penurunan harga saham merupakan kejadian multivariat. Untuk itu, dibutuhkan sebuah distribusi probabilitas multivariat yang dapat merepresentasikan kejadian multivariat tersebut untuk melihat keterkaitan antar kejadian. Menurut [2] harga penutupan saham dan harga maksimal penutupan saham dapat direpresentasikan sebagai variabel acak kontinu yang masing-masing diasumsikan mengikuti distribusi eksponensial dan *truncated logistic*. Sedangkan durasi kenaikan atau penurunan harga saham dapat direpresentasikan sebagai variabel acak diskrit yang diasumsikan mengikuti distribusi geometrik.

Distribusi probabilitas multivariat yang dapat digunakan untuk 3 variabel acak yang masing-masing berdistribusi eksponensial, *truncated logistic*, dan geometrik adalah distribusi TETLG (*Trivariate distribution with Exponential, Truncated Logistic, and Geometric marginals*) yang diperkenalkan oleh [3] pada tahun 2011. Distribusi TETLG juga banyak diaplikasikan di berbagai bidang seperti hidrologi, iklim, cuaca, keuangan, asuransi dan lain-lain [4]. Untuk mengakomodir kejadian multivariat yang melibatkan ketiga variabel acak dalam pemodelan harga saham yaitu harga penutupan saham (X), harga maksimal penutupan saham (Y) dan durasi kenaikan/penurunan harga penutupan saham (N), dikonstruksi sebuah *Generalized Linear Model* (GLM) dengan vektor respon (X, Y, N) yang berdistribusi TETLG.

GLM merupakan perluasan dari model regresi linear dimana distribusi variabel respon diasumsikan sebagai anggota keluarga distribusi eksponensial [5]. Berdasarkan penelitian [2], kovariat-kovariat yang bisa digunakan dalam pemodelan harga saham adalah tingkat inflasi,

tingkat pengangguran dan tingkat obligasi 10 tahun. Namun dalam penelitian tersebut, hanya tingkat inflasi dan tingkat pengangguran yang memiliki pengaruh signifikan terhadap pemodelan harga saham berdasarkan uji rasio *likelihood*. Artikel ini membahas konstruksi GLM untuk kejadian multivariat harga saham dengan kovariat-kovariat yang digunakan adalah tingkat inflasi, tingkat pengangguran dan tingkat obligasi 10 tahun seperti yang diusulkan [2]. Metode estimasi parameter model GLM untuk kejadian multivariat adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Untuk evaluasi performa model, digunakan *Akaike Information Criterion* (AIC) sehingga diperoleh model terbaik. Selain itu, untuk mengetahui kovariat-kovariat yang signifikan, dilakukan uji *Likelihood Ratio*. Sebagai implementasi GLM untuk kejadian multivariat, digunakan data saham berupa S&P 500 Index untuk periode 2 Januari 1958 hingga 17 April 2020 yang diunduh dari *Yahoo! Finance*. S&P 500 adalah singkatan dari *Standard and Poor's 500* dan terdiri dari saham 500 perusahaan dari berbagai sektor yang mayoritas berasal dari Amerika Serikat. S&P 500 terdiri dari perusahaan-perusahaan mapan dan memiliki kapitalisasi yang besar yang berarti perusahaan-perusahaan tersebut jauh dari kemungkinan bangkrut. Beberapa contoh perusahaan yang termasuk dalam S&P 500 adalah *Facebook*, *Amazon*, *Tesla* dan lain-lain.

2 Metode Penelitian

2.1 Distribusi *Generalized Exponential*

Misalkan X adalah peubah acak yang mengikuti distribusi *Generalized Exponential* dengan parameter lokasi α ($\alpha > 0$) dan parameter skala λ ($\lambda > 0$). Dalam notasi matematis, distribusi *Generalized Exponential* dapat ditulis sebagai $GE(\alpha, \lambda)$ dengan fungsi distribusi kumulatif (CDF) dan fungsi kepadatan peluang (PDF) dari X masing-masing diberikan oleh Persamaan (1) dan (2) sebagai berikut:

$$F(x; \alpha, \lambda) = (1 - e^{-\lambda x})^\alpha, \quad x > 0 \quad (1)$$

$$f(x; \alpha, \lambda) = \alpha \lambda (1 - e^{-\lambda x})^{\alpha-1}, \quad x > 0 \quad (2)$$

2.2 Distribusi TETLG

Distribusi TETLG adalah singkatan dari *Trivariate distribution with Exponential, Truncated Logistic, and Geometric marginals*. Distribusi ini diperkenalkan oleh [4] pada tahun 2011. Distribusi TETLG merupakan distribusi probabilitas bersama 3 variabel acak (X, Y, N) dimana masing-masing X berdistribusi Eksponensial, Y berdistribusi *Truncated Logistic*, dan N berdistribusi Geometrik. Distribusi TETLG memiliki 2 parameter yaitu p dan λ yang berasal dari

distribusi penggabung-penggabungannya. Parameter λ berasal dari distribusi eksponensial, parameter p berasal dari distribusi geometrik, dan dapat ditulis sebagai TETLG (p, λ) dengan $\lambda > 0$ and $p \in (0,1)$. PDF dari distribusi TETLG dapat diturunkan melalui distribusi marginalnya mulai dari distribusi eksponensial hingga distribusi geometrik. Untuk vektor acak yang dinotasikan sebagai:

$$(X, Y, N) = \left(\sum_{i=1}^N E_i, \max_{1 \leq i \leq N} E_i, N \right) \quad (3)$$

dimana X adalah penjumlahan dari harga penutupan saham, Y adalah nilai maksimal dari harga penutupan saham, dan N adalah durasi dari kenaikan/penurunan harga penutupan saham. (X, Y, N) dinyatakan memiliki distribusi TETLG dan PDF bersama dari (X, Y, N) dapat didefinisikan sebagai: $f_{X,Y,N}(x, y, n) = f_{X,Y|N}(x, y|n)f_N(n)$ dimana $f(x, y|n)$ adalah pdf bersyarat dari X dan Y diberikan N dan $f_N(n)$ adalah pdf marginal dari N . Diketahui bahwa variabel acak N tidak bergantung pada E_i sehingga PDF marginal dari N menjadi $f_N(n) = p(1-p)^{n-1}$. PDF dari distribusi TETLG dapat dituliskan sebagai berikut:

$$f(x, y, n; p, \lambda) = \lambda^n e^{-\lambda x} p(1-p)^{n-1} H(x, y, n) \quad (4)$$

dimana, untuk semua $n \in \mathbb{N}$, dan

$$H(x, y, n) = \begin{cases} \sum_{s=1}^k \frac{n(n-1)}{(s-1)!(n-s)!} (x-sy)^{n-2} (-1)^{s+1}, & n \geq 2, (x, y) \in S_k, k = 1, \dots, n-1 \\ 1, & n = 1, (x, y) \in S_0 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \quad (5)$$

dengan $S_0 = \{(x, y): x = y > 0\}$ dan

$$S_k = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq \frac{1}{k+1}x \leq y < \frac{1}{k}x \right\}, k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (6)$$

dan fungsi H tidak bergantung pada parameter $\lambda > 0$ and $p \in (0,1)$.

2.3 Kejadian Multivariat

Multivariate events adalah kejadian-kejadian yang memiliki tidak hanya satu peristiwa yang mempengaruhi, tetapi bisa lebih banyak peristiwa yang memberi dampak pada peristiwa utamanya. Kejadian multivariat dapat muncul dalam berbagai bidang, termasuk ilmu sosial, ilmu ekonomi, ilmu lingkungan, kesehatan, dan banyak lagi [1].

2.4 Estimasi Parameter GLM untuk Kejadian Multivariat

Misalkan observasi kejadian multivariat (X_i, Y_i, N_i) , $i = 1, 2, \dots, n$ berasal dari distribusi TETLG dengan parameter p dan λ yang dipengaruhi satu atau lebih kovariat. Misalkan parameter p bergantung pada vektor dari m -kovariat $\mathbf{z}_i = [1, z_{i,1}, \dots, z_{i,m}]^T$ berukuran $1 \times (m+1)$ dan parameter λ bergantung pada vektor dari k -kovariat $\mathbf{w}_i = [1, w_{i,1}, \dots, w_{i,k}]^T$ berukuran $1 \times (k+$

1). Untuk menghubungkan rata-rata dari variabel respon dengan kombinasi linear dari kovariat, digunakan fungsi logit sebagai fungsi penghubung sehingga parameter p_i dapat direpresentasikan sebagai berikut:

$$p_i = \frac{e^{\beta^T z_i}}{1 + e^{\beta^T z_i}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

dengan $\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix}$ adalah sebuah vektor koefisien yang tidak diketahui berukuran $(m + 1) \times 1$.

Sedangkan untuk distribusi eksponensial, fungsi penghubung yang paling sering digunakan adalah fungsi eksponensial. Fungsi eksponensial memetakan kombinasi linier dari variabel prediktor dan parameter regresi ke mean dari distribusi eksponensial. Fungsi penghubung

parameter λ_i dengan kovariat w_i dapat ditulis sebagai $\lambda_i = e^{\eta^T w_i}$ dimana $\eta = \begin{bmatrix} \eta_0 \\ \vdots \\ \eta_k \end{bmatrix}$ adalah

sebuah vektor koefisien tidak diketahui bernilai riil berukuran $(k + 1) \times 1$. Untuk menjabarkan

proses estimasi untuk koefisien $\beta = [\beta_0, \dots, \beta_m]^T$ dan $\eta = [\eta_0, \dots, \eta_k]^T$, digunakan metode *maximum likelihood* untuk mengestimasi komponen dari vektor β dan η yang saling bebas.

Misalkan $(X_1, Y_1, N_1), (X_2, Y_2, N_2), \dots, (X_n, Y_n, N_n)$ adalah barisan peubah acak yang independen dan berdistribusi identik yaitu TETLG(p_i, λ_i) dimana p_i dan λ_i masing-masing berhubungan dengan kovariat (17) dan (18). Dari Persamaan (4), fungsi *log-likelihood* dari sampel acak multivariat (X_i, Y_i, N_i) berukuran n dapat ditulis sebagai:

$$l(\beta, \eta) = \ln \prod_{i=1}^n \lambda_i^{n_i} - \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i + \ln \prod_{i=1}^n p_i (1 - p_i)^{n_i - 1} + \ln \prod_{i=1}^n H(x, y, n) \quad (8)$$

Setelah ditemukan persamaan *log-likelihood*, langkah selanjutnya adalah menurunkan persamaan tersebut. Oleh karena itu, perlu dipisah menjadi 2 persamaan dalam η dan β supaya dapat dilakukan penurunan secara parsial.

$$l(\beta, \eta) = g(\eta) + h(\beta), \quad (\eta, \beta)^T \in \mathbb{R}^{k+1} \times \mathbb{R}^{m+1} \quad (9)$$

dimana

$$g(\eta) = \eta^T \sum_{i=1}^n n_i \mathbf{W}_i - \sum_{i=1}^n x_i e^{\eta^T \mathbf{w}_i}, \quad \eta \in \mathbb{R}^{k+1} \quad (10)$$

dan

$$h(\beta) = \beta^T \sum_{i=1}^n \mathbf{z}_i - \sum_{i=1}^n n_i \ln(1 + e^{\beta^T z_i}), \quad \beta \in \mathbb{R}^{m+1} \quad (11)$$

Nilai β dan η yang memaksimalkan fungsi *log-likelihood* pada Persamaan (20) diperoleh sebagai

berikut: $\frac{\partial}{\partial \eta} l(\beta, \eta) = \frac{\partial}{\partial \eta} g(\eta) = 0$ dan $\sum_{i=1}^n n_i w_{ij} = \sum_{i=1}^n x_i w_{ij} e^{\eta^T \mathbf{w}_i}$, $j = 1, \dots, k + 1$.

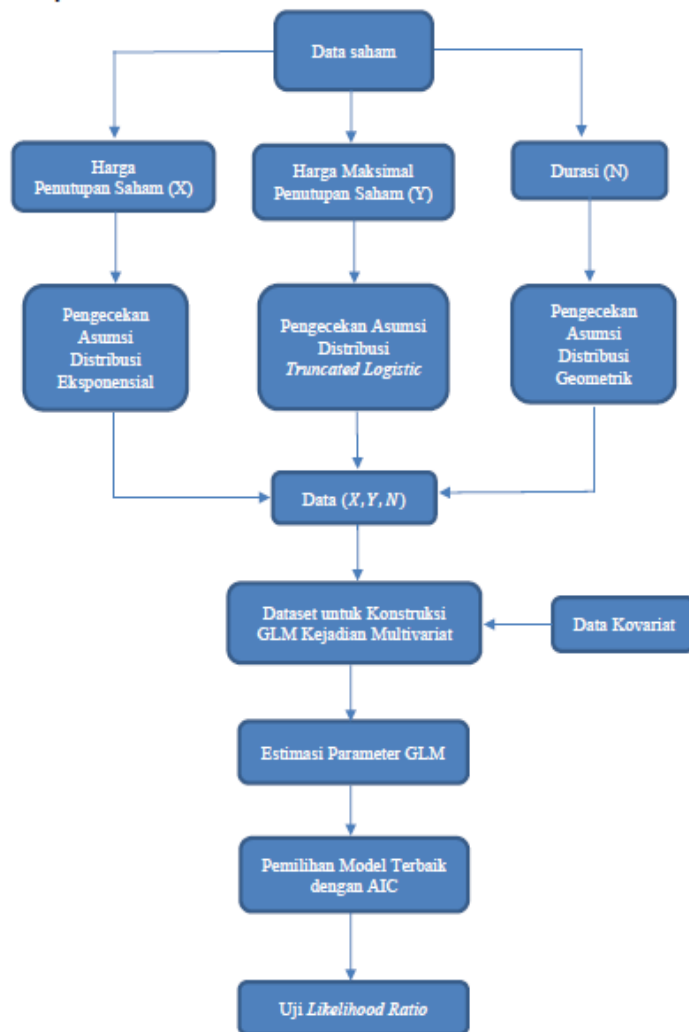
Dengan mengasumsikan $n > k$ dan matriks kovariat $\mathbf{W} = [w_{ij}]$ berukuran $n \times (k + 1)$ memiliki rank penuh, estimasi parameter η merupakan solusi unik dari MLE.

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} l(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\eta}) = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\beta}} h(\boldsymbol{\beta}) = 0 \text{ dan } \sum_{i=1}^n z_{ij} = \sum_{i=1}^n n_i z_{ij} \frac{e^{\boldsymbol{\beta}^T z_i}}{1 + e^{\boldsymbol{\beta}^T z_i}}, \quad j = 1, \dots, m + 1$$

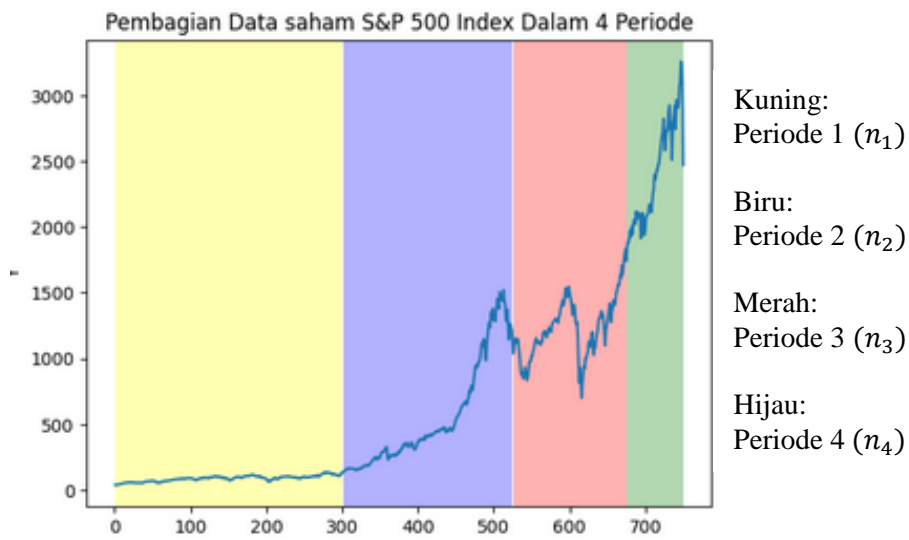
Asumsi yang digunakan untuk estimasi parameter $\boldsymbol{\beta}$ menggunakan MLE adalah $n > m$ dan matriks kovariat $\mathbf{Z} = [z_{ij}]$ berukuran $n \times (m + 1)$ yang memiliki rank penuh. Berdasarkan [2], terdapat asumsi dan syarat tambahan yang diperlukan supaya didapatkan solusi unik dari $\boldsymbol{\beta}$ yaitu, $n_i > 1$.

3 Hasil dan Pembahasan

Hasil Dalam penelitian ini, digunakan data saham S&P 500 index untuk periode 2 Januari 1948 hingga 17 April 2020. Sementara untuk data kovariat, data yang digunakan adalah data *Unemployment Rates*, *Inflation Rates* dan *10 Year Treasury Bond Rate* dari website *Bureau of Labor Statistics Beta Labs America*. Untuk mengkonstruksi GLM untuk kejadian multivariat, variabel acak X , Y , dan N masing-masing merepresentasikan jumlah dari harga penutupan saham, nilai maksimal harga penutupan saham, dan durasi berdasarkan data saham S&P 500 index. Gambar 1 menunjukkan alur implementasi GLM kejadian multivariat pada harga saham mulai dari pengecekan asumsi distribusi setiap variabel acak X , Y , dan N hingga uji *likelihood ratio*.



Gambar 1. Alur Implementasi GLM Kejadian Multivariat



Gambar 2. Pembagian Data Saham S&P 500 Index dalam 4 Periode

Gambar 2 menunjukkan pembagian data saham S&P500 index menjadi 4 periode. N dibagi menjadi 4 periode pengamatan berdasarkan karakteristik runtun waktunya, dimana durasi waktu

(dalam satuan bulan) pengamatan harga penutupan saham pada periode ke- i dinotasikan sebagai n_i . Dari 4 periode yang ada, karakteristik data pada periode pertama atau n_1 adalah *sideways*, pada periode kedua atau n_2 adalah naik lalu turun atau fluktuatif, pada periode ketiga atau n_3 adalah pergerakan turun dan naik berkali-kali atau sangat fluktuatif, dan periode keempat atau n_4 adalah hanya pergerakan naik namun kenaikannya drastis. Dengan karakteristik-karakteristik data tersebut, data pada periode pertama merupakan pengamatan harga penutupan saham pada 300 bulan pertama sehingga $n_1 = 300$. Data pada periode kedua merupakan pengamatan harga penutupan saham pada 225 bulan berikutnya sehingga $n_2 = 225$. Data pada periode ketiga merupakan pengamatan harga penutupan saham pada 150 bulan berikutnya sehingga $n_3 = 150$. Data pada periode keempat merupakan pengamatan harga penutupan saham pada 75 bulan terakhir sehingga $n_4 = 75$. Gambar 3 menunjukkan hasil perhitungan estimasi parameter untuk kasus pembagian periode $N = 4, 5$, dan 6. Setelah diperoleh hasil estimasi parameter untuk setiap kasus, dilanjutkan dengan AIC untuk pemilihan model mana yang terbaik.

$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
$\begin{bmatrix} \eta_0 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 179.6246 \\ -44.3164 \\ 18.6264 \\ 0.1202 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \eta_0 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15.8209 \\ 3.0571 \\ 3.4119 \\ -2.6264 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \eta_0 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17.831 \\ -2.8447 \\ 1.007 \\ -1.421 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7.3225 \\ 12.8579 \\ -16.647 \\ -1.5123 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25.765 \\ 4.477 \\ -1.062 \\ -0.21 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38.74 \\ -5.61 \\ -1.186 \\ -1.095 \end{bmatrix}$

Gambar 3. Hasil estimasi parameter untuk pembagian periode $N = 4, 5$, dan 6

Pemilihan model terbaik untuk GLM kejadian multivariat menggunakan AIC. Setelah diperoleh hasil estimasi parameter GLM dari masing-masing kasus $N = 4, 5$, dan 6, dipertimbangkan pembagian variabel N mana yang terbaik. Perhitungan AIC memerlukan fungsi *log-likelihood* dari model dan hasil dari perhitungan AIC tersedia pada Gambar 3.

$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
$g(\boldsymbol{\eta}) = -5157.2059$	$g(\boldsymbol{\eta}) = -5566.4755$	$g(\boldsymbol{\eta}) = -5327.9981$
$h(\boldsymbol{\beta}) = -27.1617$	$h(\boldsymbol{\beta}) = -31.5606$	$h(\boldsymbol{\beta}) = -38.8845$
$Total = -5202.3676$	$Total = -5598.0361$	$Total = -5366.8826$

Gambar 4. Hasil perhitungan AIC

Perhitungan statistik uji *Likelihood-Ratio* dilakukan untuk mengetahui apakah kovariat tingkat pengangguran dan tingkat inflasi memiliki pengaruh signifikan terhadap variabel respon. Setelah dilakukan perhitungan AIC dan uji *likelihood ratio* [6] menggunakan pembagian periode $N = 4$, diperoleh nilai rasio likelihood sebesar -1.26 dan jika dibandingkan dengan nilai tabel *chi-square* dengan $\alpha = 0.05$ dan derajat bebas 1 yaitu: $\chi_{1,0.05}^2 = 3.84146$ maka H_0 gagal ditolak. Dengan demikian, terbukti kovariat tingkat pengangguran dan tingkat inflasi memiliki pengaruh signifikan terhadap harga penutupan saham, nilai maksimal dari harga penutupan saham, dan durasi kenaikan atau penurunan harga saham.

4 Simpulan

GLM untuk kejadian multivariat merupakan sebuah model GLM dimana variabel respon berbentuk vektor yang merepresentasikan kejadian multivariat. Dalam pemodelan saham, harga penutupan saham, nilai maksimal dari harga penutupan saham dan durasi kenaikan/penurunan harga penutupan saham dinyatakan sebagai vektor respon dari GLM kejadian multivariat yang berdistribusi TETLG. Distribusi TETLG adalah distribusi probabilitas bersama dari 3 variabel acak yang masing-masing berdistribusi eksponensial, *truncated logistic*, dan geometrik. Estimasi parameter GLM kejadian multivariat menggunakan metode MLE dan pemilihan model terbaik berdasarkan nilai AIC. Implementasi GLM kejadian multivariat berdasarkan data saham index S&P 500 dengan menggunakan tiga kovariat yaitu, tingkat pengangguran, tingkat inflasi dan tingkat obligasi 10 tahun, diperoleh hasil model terbaik adalah model dengan pembagian durasi sebanyak 4 periode. Selanjutnya berdasarkan uji rasio *likelihood*, tingkat pengangguran dan tingkat inflasi merupakan kovariat yang signifikan dalam pemodelan harga saham.

5 Daftar Pustaka

- [1] J. Zscheischler *et al.*, “A typology of compound weather and climate events,” *Nat Rev Earth Environ*, vol. 1, pp. 1–15, Oct. 2020, doi: 10.1038/s43017-020-0060-z.
- [2] F. Zuniga, T. J. Kozubowski, and A. K. Panorska, “A Generalized Linear Model for Multivariate Events,” *J. Comput. Appl. Math.*, vol. 398, no. C, Dec. 2021, doi: 10.1016/j.cam.2021.113655.
- [3] F. Qeadan, T. Kozubowski, and A. Panorska, “The Joint Distribution of the Sum and the Maximum of IID Exponential Random Variables,” *Communications in Statistics—Theory and Methods*, vol. 41, pp. 544–569, Oct. 2012, doi: 10.1080/03610926.2010.529524.

- [4] T. Kozubowski, A. Panorska, and F. Qeadan, “A new multivariate model involving geometric sums and maxima of exponentials,” *Fuel and Energy Abstracts*, vol. 141, pp. 2353–2367, Oct. 2011, doi: 10.1016/j.jspi.2011.01.026.
- [5] P. M. J.A Nelder, *Generalized Linear Models*, 2nd ed. 1989. doi: <https://doi.org/10.1201/9780203753736>.
- [6] Yiu-Kuen Tse, *Nonlife Actuarial Models: Theory, Methods, and Evaluation (International Series on Actuarial Science)*. 2009.