Limits: Journal of Mathematics and Its Applications
E-ISSN: 2579-8936
P-ISSN: 1829-605X
Vol. 19, No. 2, Nopember 2022, 167-182
DOI: http://dx.doi.org/10.12962/limits.v19i2.9027

Pemodelan Premi Asuransi Bencana Kematian pada Ternak Sapi dengan Pengaruh *Fatal Shock*

Natasha Maria [1], Felivia Kusnadi [2] *, Farah Kristiani [3]
[1,2,3]Pusat Studi Matematika dan Masyarakat, Jurusan Matematika, Universitas Katolik Parahyangan
e-mail: felivia@unpar.ac.id

Diajukan: 13 April 2021, Diperbaiki: 5 Mei 2022, Diterima: 30 Mei 2022

Abstrak

Ternak sapi merupakan salah satu bentuk usaha yang banyak diminati oleh masyarakat Indonesia sebagai sumber penghasilan. Jika terdapat sapi yang terinfeksi suatu penyakit menular, maka sapi tersebut bisa sakit atau bahkan mati, sehingga sapi yang terinfeksi tidak bisa memberikan manfaatnya secara maksimal. Akibatnya, penghasilan peternak akan menurun atau bahkan merugi. Maka dari itu, asuransi bencana kematian pada ternak sapi menjadi salah satu cara preventif untuk mengalihkan risiko kerugian finansial yang ditanggung para peternak sapi. Ekspektasi besar kerugian ternak sapi ditentukan dengan memperhitungkan pengaruh *fatal shock* yaitu waktu kedatangan bencana penyakit *Brucellosis* pada sapi yang merupakan suatu proses Poisson. Diperlukan distribusi dari besar kerugian yang terjadi sebagai distribusi gabungan binomial dan degenerasi dengan variabel acak sisa masa hidup sapi dengan *fatal shock*. Kemudian dimodelkan dengan mencari distribusi dari kerugian yang ditanggung perusahaan asuransi sebagai suatu modifikasi polis asuransi dengan *deductible*, limit polis, dan koasuransi. Premi asuransi dihitung menggunakan Metode Premi Murni dari ekspektasi besar kerugian tersebut. Berdasarkan simulasi perhitungan menggunakan data populasi sapi di Kabupaten Bogor, tarif premi meningkat seiring meningkatnya limit polis, tingkat kedatangan penyakit, banyak sapi yang diasuransikan, dan usia sapi. Namun, tarif premi akan menurun jika *deductible* meningkat.

Kata Kunci: *Deductible*, Limit Polis, Koasuransi, *Fatal Shock*, *Brucellosis*, Asuransi Ternak Sapi

Abstract

Cattle farming is one of the highest demands of occupation by Indonesians as the source of income. If in a farm there are cattle with an infectious disease, thus it will cause them sick or even die, hence the infected cattle cannot provide maximum benefits. As a result, the farmer's income will decrease or incurred losses. Therefore, cattle insurance become one preventive way to divert the risk of financial losses incurred by cattle breeders. The expectation of losses is determined by the effect of fatal shock, namely the arrival time of the Brucellosis disease which follows a Poisson process. The distribution of loss amounts occurs as a mixture distribution of the binomial and degenerate distribution from a random variables of remaining cattle's future lifetime with influence of fatal shock, which is then modeled by determining the loss distribution incurred by the insurance company as a modification of the insurance policy with deductible, policy limit, and co-insurance. Insurance premium is obtained using the Pure Premium Method which uses the expectation of losses. Based on the calculation that used cattle population data in Bogor Regency, the premium rate increases as the policy limits, rate of Brucellosis disease arrival time, number of cattles insured, and cattle's age increase. However, the premium rate will decrease if the deductible increases.

***Keywords**: Deductible, Policy Limit, Coinsurance, Fatal Shock, Brucellosis, Cattle Insurance*

1 Pendahuluan

Ternak sapi merupakan salah satu bentuk usaha yang banyak diminati oleh masyarakat Indonesia sebagai sumber penghasilan, sekitar 36% pekerja menekuni bidang ini [1]. Manfaat yang diperoleh dari seekor sapi bukan hanya untuk dikonsumsi daging dan susunya, melainkan juga sebagai biogas atau pupuk kompos, hewan kurban, dan sebagainya. Banyaknya kegunaan sapi untuk berbagai kepentingan tersebut, menjadikan sapi sebagai aset yang berharga bagi peternak sapi. Jika seekor sapi mati atau jatuh sakit dalam suatu peternakan, maka manfaat yang diperoleh peternak dari sapi tersebut akan berkurang atau bahkan tidak ada sama sekali, sehingga penghasilan peternak sapi akan turun atau bahkan merugi. Penyakit menular pada sapi merupakan salah satu faktor yang dapat menyebabkan kematian pada ternak sapi. Terdapat 15 jenis penyakit menular pada sapi di Indonesia berdasarkan Keputusan Menteri Pertanian Republik Indonesia No. 4026/Kpts/OT.140.2013 tentang Penetapan Jenis Penyakit Hewan Menular Strategis (PHMS), seperti penyakit *Brucellosis,* IBR (*Infectious bovine rhinotracheitis*), *Surra*, dan *Anthrax*.

Asuransi ternak sapi menjadi salah satu cara preventif untuk mengalihkan risiko finansial yang ditanggung para peternak akibat kematian atau menurunnya manfaat yang diberikan sapi yang disebabkan penyakit menular. Asuransi ternak sapi banyak diterapkan di Kenya dan Ethiopia dengan konsep asuransi berbasis indeks [2]. Di Indonesia, terdapat peningkatan jumlah peternak sapi yang mengikuti program Asuransi Usaha Ternak Sapi (AUTS) yang realisasinya selama 4 tahun dari tahun 2016 hingga pertengahan tahun 2019, dari 12.285 peternak sapi menjadi 74.508 peternak sapi. Namun, pertanggungan untuk satu ekor sapi maksimal sebesar 10 juta rupiah padahal harga 1 ekor sapi dapat bervariasi bergantung jenis dan usia sapi [3]. Oleh karena itu, dibentuk model asuransi bencana kematian ternak dengan pengaruh *fatal shock* yang sudah pernah diterapkan pada peternakan babi di Amerika dan Kanada [4].

Makalah ini membahas model asuransi bencana kematian ternak sapi dengan adanya pengaruh *deductible* d, limit polis dengan *maximum covered loss* u, dan koasuransi α yang digunakan untuk menghitung besar premi asuransi tersebut yang dipengaruhi oleh waktu kedatangan penyakit *Brucellosis* sebagai *fatal shock*. Brucellosis adalah penyakit infeksi akibat bakteri Brucella yang menyerang sistem reproduksi sapi yang dapat menyebabkan sapi mandul, keguguran, produksi susu menurun, dan terinfeksinya organ tubuh sapi lainnya [5]. Penyakit *Brucellosis* dipilih karena memiliki dampak kerugian ekonomi yang besar bagi Indonesia sekitar Rp 3,6 triliun per tahun akibat menjadi faktor penghambat perkembangan populasi sapi [6].

Untuk menghitung besar premi, dimodelkan distribusi dari peubah acak banyak ternak mati sebagai besar kerugian yang dialami peternak untuk menentukan distribusi dari peubah acak banyak ternak mati atau besar kerugian yang ditanggung perusahaan asuransi dengan adanya pengaruh *deductible*, limit polis, dan koasuransi. Diperoleh ekspektasi besar kerugian yang ditanggung perusahaan asuransi yang digunakan sebagai estimasi dari kerugian (*losses*) dalam penentuan premi menggunakan Metode Premi Murni. Setelah itu, dilakukan simulasi perhitungan premi ternak sapi di Kota Bogor dan analisis pengaruh perubahan parameter terhadap besar premi.

2 Metode Penelitian

2.1. Model *Fatal Shock*

Menurut [7], *common shock* berarti variabel acak kontinu dari waktu kedatangan suatu bencana dibagi menjadi dua berdasarkan dampak yang dihasilkan dari bencana atau syok, yaitu *fatal shock* dan *non-fatal shock*. *Fatal shock* merupakan *common shock* di mana syok yang dihasilkan dapat mengakibatkan kehancuran suatu populasi dan berujung pada pengajuan klaim, sedangkan *non-fatal shock* masih memberikan kesempatan pada individu untuk bertahan hidup. Pada makalah ini, digunakan *fatal shock* yaitu variabel acak kontinu dari waktu kedatangan suatu bencana penyakit menular pada ternak yang dapat menyebabkan kematian atau kegagalan kepada suatu individu atau objek.

Definisi 1[8] *Variabel acak gabungan dari sisa masa hidup ternak dan fatal shock*

$$T_i = \min[T_i^*, Z], \quad i = 1,2,\dots,n_\beta,$$

dengan Z adalah *fatal shock* dari penyakit menular pada ternak, sedangkan T_i^* adalah sisa masa hidup ternak ke-i dari n_β ternak hidup dari kelompok usia ternak β. Variabel acak T_i^* dan Z diasumsikan berdistribusi Eksponensial dengan parameter θ_β dan λ sehingga diperoleh:

$$q = F_{T_{i^*}}(t_\beta) = 1 - e^{-\theta_\beta t_\beta}. \tag{1}$$

$$p = S_{T_{i^*}}(t_\beta) = e^{-\theta_\beta t_\beta}. \tag{2}$$

$$a = S_Z(z) = e^{-\lambda z}. \tag{3}$$

Persamaan (1) merupakan peluang seekor ternak dari kelompok usia β mati bukan karena penyakit (mati normal) dalam t_β tahun, sedangkan Persamaan (2) adalah peluang seekor ternak dari kelompok usia β hidup setidaknya selama t_β tahun. Terakhir, Persamaan (3) adalah peluang seluruh ternak dari kelompok usia β hidup setidaknya selama t_β tahun dari serangan penyakit.

2.2. Distribusi Banyak Ternak Mati dari Kelompok Usia β

Misalkan W_{t_β} sebagai variabel acak yang menyatakan banyak ternak dari kelompok usia β mati dalam t_β tahun. Kematian yang dimaksud ialah hilangnya manfaat yang diberikan seekor ternak sehingga tidak memberikan penghasilan pada peternak. Distribusi dari peubah acak W_{t_β}

dimodelkan dengan mencari fungsi massa peluang dari W_{t_β} yang ditinjau dalam 2 kasus dan memakai variabel acak gabungan dari sisa masa hidup ternak dan *fatal shock* yang saling bebas.

1. Kematian ternak bukan karena *fatal shock*:

$$W_{t_\beta} = 0, 1, 2, \dots, n_\beta - 1 \sim \text{Binomial}(n_\beta, q).$$

- Peluang $W_{t_\beta} = 0$ yaitu tidak ada ternak dari kelompok usia β yang mati:

$$P\left\{W_{t_\beta} = 0\right\} = P\left\{\bigcap_{i=1}^{n_\beta} T_i > t_\beta\right\} = P\left\{\bigcap_{i=1}^{n_\beta} \min\,[T_i^*, Z] > t_\beta\right\} = ap^{n_\beta}.$$

- Peluang $W_{t_\beta} = 1$ yaitu terdapat 1 ternak dari kelompok usia β yang mati:

$$P\left\{W_{t_\beta} = 1\right\} = P\left\{\bigcup_{i=1}^{n_\beta} \text{Ternak ke} - i \text{ mati}\right\} = P\left\{\bigcup_{i=1}^{n_\beta}\left(T_i^* \le t_\beta \bigcup_{j\neq i} T_j > t_\beta\right)\right\}$$
$$= \binom{n_\beta}{1} qp^{n_\beta - 1}a.$$

Perhitungan peluang dari 2 hingga $n_\beta - 1$ ternak mati diperoleh dengan cara yang sama, yakni dari fungsi massa peluang banyaknya ternak untuk kasus hanya sebagian ternak mati adalah berdistribusi Binomial(n_β, q) yaitu

$$P\left\{W_{t_\beta} = k\right\} = \binom{n_\beta}{k} q^k p^{n_\beta - k} a, \qquad k = 0, 1, 2, \dots, n_\beta - 1.$$

2. Kematian ternak dapat disebabkan oleh *fatal shock*:

$$W_{t_\beta} = n_\beta \sim \text{Degenerasi}(n_\beta).$$

Peluang seluruh ternak mati atau n_β ternak mati ialah peluang seluruh ternak mati bukan karena penyakit menular atau semua ternak mati karena pengaruh *fatal shock*:

$$P\left\{W_{t_\beta} = n_\beta\right\} = P\left\{\left(\bigcap_{i=1}^{n_\beta} T_i^* \le t_\beta\right) \cap Z > t_\beta\right\} + P\left\{Z \le t_\beta\right\} = q^{n_\beta} a + (1 - a).$$

Berdasarkan kedua kasus tersebut, diperoleh fungsi massa peluang untuk peubah acak W_{t_β}

$$P\{W_{t_\beta} = k\} = \begin{cases} \binom{n_\beta}{k} q^k p^{n_\beta - k} a, & k = 0, 1, 2, \dots, n_\beta - 1; \\ q^{n_\beta} a + (1 - a), & k = n_\beta. \end{cases} \qquad (4)$$

Dari persamaan (4), dapat dilihat bahwa untuk $k = 0, 1, 2, \dots, n_\beta - 1$ berlaku distribusi Binomial(n_β, q) dengan bobot a dan untuk $k = n_\beta$ berlaku distribusi degenerasi(n_β) dengan bobot $1 - a$. Distribusi W_{t_β} adalah gabungan dari distribusi binomial dan distribusi degenerasi.

2.3. Estimasi Parameter Distribusi W_{t_β}

Untuk mencari estimasi parameter dari distribusi W_{t_β} yaitu parameter $\theta_{\beta,}$ digunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Untuk mengestimasi $\theta_{\beta,}$, ditinjau fungsi massa peluang saat $\lambda = 0$ (tidak ada penyakit yang menyerang peternakan). Persamaan (4) ditulis menjadi:

$$f(w_{j,\beta}, n_{j,\beta}, q) \quad = \quad \binom{n_{j,\beta}}{w_{j,\beta}} q^{w_{j,\beta}} p^{n_{j,\beta} - w_{j,\beta}}, \ \ j = 1, 2, \dots, m$$

Indeks j menyatakan wilayah ke-j dari m wilayah yang ada di suatu tempat. Notasi $w_{j,\beta}$ menyatakan banyaknya ternak mati di wilayah ke-j dari kelompok usia β dan notasi $n_{j,\beta}$ menyatakan banyaknya ternak hidup di wilayah ke-j dari kelompok usia β.

MLE digunakan untuk memaksimumkan fungsi massa peluang gabungan dari m barisan sampel acak W_{j,t_β}, sehingga diperoleh estimator dari distribusi tersebut adalah

$$\widehat{\theta_\beta} \quad = \quad \frac{1}{t_\beta} \ln\left(1 + \frac{\sum_{j=1}^{m} w_{j,\beta}}{\sum_{j=1}^{m} \left(n_{j,\beta} - w_{j,\beta}\right)}\right). \tag{5}$$

2.4. Asuransi Bencana Kematian Ternak dengan Modifikasi Polis Asuransi

Asuransi bencana kematian ternak dengan pengaruh *fatal shock* akan dipengaruhi oleh *deductible,* limit polis, dan koasuransi. *Deductible* adalah besar kerugian yang harus ditanggung pemegang polis sebelum perusahaan asuransi mulai membayar kerugian, sedangkan limit polis adalah maksimum besar kerugian yang bersedia dibayarkan oleh perusahaan asuransi. Koasuransi ialah kebijakan asuransi yang membagi besar kerugian dalam suatu proporsi tertentu yang dibebankan kepada perusahaan asuransi dan pemegang polis.

Misal terdapat n_β ekor ternak dari kelompok usia β yang akan diasuransikan dengan besar *deductible* d ternak mati dan *maximum covered loss* sebesar u ternak mati, artinya besar limit polisnya adalah $u - d$ ternak mati. Variabel acak diskret $W_{t_\beta}(d, u)$ yakni besar kerugian yang ditanggung oleh perusahaan asuransi dengan satuan banyak ternak dari kelompok usia β yang mati dalam t_β tahun didefinisikan sebagai

$$W_{t_\beta}(d, u) \quad = \quad \begin{cases} 0, & W_{t_\beta} = 0, 1, 2, \dots, d; \\ W_{t_\beta} - d, & W_{t_\beta} = d + 1, d + 2, d + 3, \dots, u - 1; \\ u - d, & W_{t_\beta} = u, u + 1, u + 2, \dots, n_\beta. \end{cases} \tag{6}$$

Persamaan (6) dapat direpresentasikan juga dalam satuan nominal uang. Dengan mengalikan variabel acak W_{t_β}dengan P_β, diperoleh harga ternak per ekor dari kelompok usia β. Variabel acak diskret besar kerugian yang ditanggung oleh perusahaan asuransi dalam t_β tahun dengan satuan nominal uang didefinisikan sebagai

$$L_{t_\beta}(d,u) = P_\beta \cdot W_{t_\beta}(d,u)$$

$$P_\beta = \begin{cases} 0, & W_{t_\beta} = 0,1,2,\dots,d; \\ W_{t_\beta} - d, & W_{t_\beta} = d+1, d+2, d+3, \dots, u-1; \\ \alpha(u-d), & W_{t_\beta} = u, u+1, u+2, \dots, n_\beta. \end{cases} \quad (7)$$

Terdapat proporsi α sebab kematian seluruh ternak terjadi karena adanya campur tangan dari pemerintah. Banyak ternak yang mati sebanyak u atau lebih artinya kematian yang dialami ternak disebabkan penyakit menular, sehingga pemerintah memotong paksa semua ternak yang berinteraksi dengan ternak yang mati demi mencegah tersebarnya penyakit. Alhasil, perusahaan asuransi tidak akan menanggung semua ternak yang mati akibat pemotongan paksa yang dilakukan pemerintah.

Selanjutnya, dapat dicari fungsi massa peluang untuk variabel acak diskret $W_{t_\beta}(d,u)$ dengan meninjau 3 kasus berdasarkan *deductible* dan *maximum covered loss*.

1. Tidak ada kerugian yang ditanggung perusahaan asuransi yaitu $W_{t_\beta}(d,u) = 0$ terjadi saat $W_{t_\beta} = 0,1,2,\dots,d$. Peluang terjadinya kasus ini adalah

$$P\left\{W_{t_\beta}(d,u) = 0\right\} = P\left\{\bigcup_{i=0}^{d} W_{t_\beta} = i\right\} = a\sum_{i=0}^{d}\binom{n_\beta}{i} q^i p^{n_\beta - i}$$

2. Kerugian yang ditanggung perusahaan asuransi hanya sebanyak 1 hingga $u-1-d$ ternak mati yaitu $W_{t_\beta}(d,u) = W_{t_\beta} - d$ terjadi saat $W_{t_\beta} = d+1, d+2, \dots, u-1-d$.

- Untuk $W_{t_\beta}(d,u) = 1$ terjadi saat $W_{t_\beta} = d+1$, peluangnya adalah

$$P\left\{W_{t_\beta}(d,u) = 0\right\} = P\left\{W_{t_\beta} = d+1\right\} = a\binom{n_\beta}{d+1} q^{d+1} p^{n_\beta - d - 1}$$

Dengan cara yang sama, digunakan untuk mencari 2 hingga $u-1-d$ ternak mati yang ditanggung perusahaan asuransi, sehingga diperoleh

$$P\left\{W_{t_\beta}(d,u) = W_{t_\beta} - d = \ell\right\} = a\binom{n_\beta}{d+\ell} q^{d+\ell} p^{n_\beta - d - \ell}, \;\; \ell = 1,2,\dots,u-1-d.$$

3. Kerugian yang ditanggung perusahaan asuransi cukup α persen dari $u-d$ ternak mati yaitu $W_{t_\beta}(d,u) = u-d$ terjadi saat $W_{t_\beta} = u, u+1, u+2, \dots, n_\beta$. Peluang terjadinya kasus ini:

$$P\left\{W_{t_\beta}(d,u) = \alpha(u-d)\right\} = P\left\{\bigcup_{i=u}^{n_\beta} W_{t_\beta} = i\right\} = a\sum_{i=u}^{n_\beta}\binom{n_\beta}{i} q^i p^{n_\beta - i} + (1-a).$$

Berdasarkan penurunan pada ketiga kasus tersebut, diperoleh fungsi massa peluang untuk variabel acak diskret $W_{t_\beta}(d,u)$ adalah

$$P\{W_{t_\beta}(d,u)=\ell\} = \begin{cases} a\sum_{i=0}^{d}\binom{n_\beta}{i} q^i p^{n_\beta-i}, & \ell=0; \\ a\binom{n_\beta}{d+\ell} q^{d+\ell} p^{n_\beta-d-\ell}, & \ell=1,2,\dots,u-1-d; \\ a\sum_{i=u}^{n_\beta}\binom{n_\beta}{i} q^i p^{n_\beta-i}+(1-a), & \ell=\alpha(u-d). \end{cases} \quad (8)$$

Dari Persamaan (8), dapat dicari momen pertama dan kedua dari $W_{t_\beta}(d,u)$ yaitu:

- Momen pertama dari $W_{t_\beta}(d,u)$:

$$\begin{aligned} E\left[W_{t_\beta}(d,u)\right] &= a\sum_{w=1}^{u-1-d} w\binom{n_\beta}{d+w} q^{d+w} p^{n_\beta-d-w} \\ &\quad +\alpha(u-d)\left[a\sum_{i=u}^{n_\beta}\left(\binom{n_\beta}{i} q^i p^{n_\beta-i}\right)+(1-a)\right]. \end{aligned} \quad (9)$$

- Momen kedua dari $W_{t_\beta}(d,u)$:

$$\begin{aligned} E\left[W_{t_\beta}^2(d,u)\right] &= a\sum_{w=1}^{u-1-d} w^2\binom{n_\beta}{d+w} q^{d+w} p^{n_\beta-d-w} \\ &\quad +\alpha^2(u-d)^2\left[a\sum_{i=u}^{n_\beta}\left(\binom{n_\beta}{i} q^i p^{n_\beta-i}\right)+(1-a)\right] \end{aligned} \quad (10)$$

Kedua momen tersebut dapat digunakan untuk mencari ekspektasi dan variansi dari $L_{t_\beta}(d,u)$. Untuk memperoleh $E[L_{t_\beta}(d,u)]$ dan $\mathrm{Var}[L_{t_\beta}(d,u)]$, digunakan hubungan $L_{t_\beta}(d,u)=P_\beta\cdot W_{t_\beta}(d,u)$ sehingga diperoleh:

- Ekspektasi dari $L_{t_\beta}(d,u)$:

$$E\left[L_{t_\beta}(d,u)\right] = P_\beta\cdot E\left[W_{t_\beta}(d,u)\right]. \quad (11)$$

- Variansi dari $L_{t_\beta}(d,u)$:

$$\begin{aligned} \mathrm{Var}\left[L_{t_\beta}(d,u)\right] &= P_\beta^2\cdot\mathrm{Var}\left[W_{t_\beta}(d,u)\right] \\ &= P_\beta^2\cdot\left(E\left[W_{t_\beta}^2(d,u)\right]-\left(E\left[W_{t_\beta}(d,u)\right]\right)^2\right) \end{aligned} \quad (12)$$

2.5 Metode Premi Murni

Metode Premi Murni adalah metode sederhana untuk menghitung *average indicated premium rate* yang dibebankan perusahaan asuransi kepada pemegang polis dengan melibatkan estimasi dari ekspektasi besar kerugian [9]. Artinya, metode ini digunakan untuk menentukan rata-rata tarif premi suatu produk asuransi baru yang belum memiliki data historis.

Menurut [10], definisi premi murni atau yang biasa disebut sebagai *loss cost* adalah ekspektasi besar kerugian yang terjadi per eksposur (unit dasar risiko). Perhitungannya dilakukan dengan persamaan dasar asuransi (*fundamental insurance equation*) yaitu

$$Premium \quad = \quad Losses + LAE + UW\ Expenses + UW\ Profit \tag{13}$$

Tabel 1. Keterangan Persamaan Dasar Asuransi

Komponen	Rumusan
Premium ialah besar premi yang dibebankan perusahaan asuransi kepada pemegang polis yang sudah mencakup semua biaya pengeluaran dan keuntungan perusahaan asuransi untuk kelompok usia ternak β.	P_{I_β}
Losses merupakan besar kerugian yang merupakan kompensansi atau tanggungan perusahaan asuransi kepada pemegang polis.	$L = E\left[L_{t_\beta}(d,u)\right]$
*Loss Adjustment Expenses/LAE m*erupakan biaya yang dikeluarkan perusahaan asuransi untuk menyelesaikan klaim, seperti biaya pengacara, biaya pengadilan, biaya pengatur (*adjustor*) besar klaim, dan lain-lain.	$E_L = \rho \cdot E\left[L_{t_\beta}(d,u)\right]$ dengan persentase konstan ρ sebagai konstanta pembandingnya
Underwriting Expenses adalah biaya operasional dan biaya administrasi yang dikeluarkan perusahaan asuransi untuk dapat melayani nasabah. Biaya ini dibagi menjadi 2 macam yaitu biaya tetap (E_F) dan biaya variabel (E_V)	$UW\ Expenses = E_F + E_V$ • Biaya tetap (E_F) didefinisikan sebagai $E_F = \eta \cdot E\left[L_{t_\beta}(d,u)\right]$ dengan persentase konstan η. • Biaya variasi E_V didefinisikan sebagai $E_V = \sqrt{\mathrm{Var}[L_{t_\beta}(d,u)]}$
Underwriting profit atau laba operasional adalah hasil dari penjualan produk asuransi.	$UW\ Profit = Q_T \cdot P_{I_\beta}$ dengan Q_T adalah persentase target keuntungan/laba

Persamaan (13) kemudian disubstitusikan dengan notasi dan persamaan yang diperoleh pada kelima poin di atas sehingga Persamaan (13) dapat ditulis menjadi

$$P_{I_\beta} \quad = \quad \frac{(1+\rho+\eta)\cdot E\left[L_{t_\beta}(d,u)\right] + \sqrt{\mathrm{Var}[L_{t_\beta}(d,u)]}}{(1-Q_T)}. \tag{14}$$

Persamaan (14) dibagi dengan $\boldsymbol{X}$ (*in-force exposures*: besar unit yang diasuransikan) sehingga ditulis $\boldsymbol{X = n_\beta \cdot P_\beta}$ dan menjadi $\overline{\boldsymbol{P_{I_\beta}}}$ yang merupakan persentase tarif premi rata-rata (*average indicated premium rate*).

$$\overline{P_{I_\beta}} = \frac{(1+\rho+\eta)\cdot E\left[L_{t_\beta}(d,u)\right]+\sqrt{\mathrm{Var}\left[L_{t_\beta}(d,u)\right]}}{n_\beta\cdot P_\beta\cdot(1-Q_T)}. \tag{15}$$

Substitusikan Persamaan (11) dan (12) ke Persamaan (15), sehingga menjadi

$$\overline{P_{I_\beta}} = \frac{(1+\rho+\eta)\cdot E\left[W_{t_\beta}(d,u)\right]+\sqrt{\mathrm{Var}\left[W_{t_\beta}(d,u)\right]}}{n_\beta\cdot(1-Q_T)}. \tag{16}$$

Premi total yang dibayarkan pemegang polis ditentukan dengan menghitung

$$P_{TOTAL} = \overline{P_{I_\beta}}\cdot n_\beta\cdot P_\beta. \tag{17}$$

3 Hasil dan Pembahasan

Pada bab ini, dilakukan simulasi dan analisis pengaruh perubahan parameter pada hasil perhitungan premi asuransi bencana kematian ternak sapi dengan pengaruh *fatal shock* menggunakan data populasi sapi dari Kota Bogor yang bersumber dari Dinas Ketahanan Pangan & Peternakan Provinsi Jawa Barat dan Dinas Perikanan & Peternakan Kabupaten Bogor. Berikut adalah kategori data yang digunakan:

1. Banyak populasi sapi potong dan sapi perah per kategori umur sapi dari 40 kecamatan di Kabupaten Bogor dari tahun 2016-2019.
2. Banyak sapi yang terinfeksi penyakit *Brucellosis* dari 18 kabupaten di Provinsi Jawa Barat dari tahun 2016-2019.
3. Banyak populasi sapi dari 18 kabupaten di Provinsi Jawa Barat dari tahun 2016-2019.
4. Tingkat kematian sapi potong dan sapi perah di Provinsi Jawa Barat tahun 2019 yaitu masing-masing sebesar 1,55% dan 1,77%.

Data yang diperoleh membedakan sapi potong dan sapi perah, namun untuk menyederhanakan pemodelan, perhitungan akan menggabungkan banyaknya sapi potong dan sapi perah.

Diasumsikan tahapan produksi sapi dibedakan menjadi 3 berdasarkan kategori usia sapi, yaitu anak sapi atau pedet dengan usia 0-1 tahun untuk $\beta = 1$, sapi muda dengan usia 1-2 tahun untuk kategori $\beta = 2$, dan sapi dewasa dengan usia 2-4,5 tahun untuk kategori $\beta = 3$. Artinya, interval masa hidup sapi untuk setiap kategori usia sapi (β) adalah $t_1 = 1$, $t_2 = 1$, dan $t_3 = 2{,}5$.

3.1 Nilai Parameter λ dan $\widehat{\theta_\beta}$

Parameter λ menyatakan tingkat kedatangan penyakit *Brucellosis* dan estimator $\widehat{\theta_\beta}$ dari distribusi W_{t_β}. Kejadian terjadinya penyakit *Brucellosis* yang menyerang ternak sapi adalah suatu peristiwa atau bencana yang jarang terjadi, sehingga jumlah kejadian terjadinya serangan penyakit

Brucellosis dalam interval waktu t' yang dinyatakan dalam bentuk $N(t')$ diasumsikan sebagai suatu proses Poisson(λ) dan berlaku rataan $E[N(t')] = \lambda \cdot t'$. Data populasi yang terinfeksi penyakit *Brucellosis* dari dinas yang diberikan adalah per tahun, maka nilai $t' = 1$. Nilai λ cukup dicari dengan menghitung $E[N(t')]$ dengan membagi banyak sapi yang terinfeksi *Brucellosis* dalam interval waktu 1 tahun dengan total sapi hidup pada interval waktu tersebut. Data banyak sapi yang digunakan diasumsikan berasal dari peternakan yang berbeda (saling bebas).

Tabel 2. Tingkat Kedatangan Penyakit *Brucellosis* (λ) yang Diperoleh dari Tahun 2016-2019.

Tahun (i)	2016	2017	2018	2019
$\boldsymbol{\lambda_i}$	0,00029	0,00015	0,00078	0,00050

Selanjutnya, akan dicari nilai dari $\widehat{\theta_\beta}$ menggunakan Persamaan (5). Berdasarkan persamaan tersebut, perlu dicari data $w_{j,\beta}$, dengan j menyatakan 40 kecamatan di Kabupaten Bogor dan $\beta \in \{1,2,3\}$. Untuk memperoleh nilai $w_{j,\beta}$, diperlukan tingkat kematian sapi per tahunnya untuk tahun 2016-2019. Tingkat kematian sapi yang diperoleh dari dinas hanya diketahui untuk tahun 2019. Maka dari itu, diasumsikan tingkat kematian sapi untuk tahun-tahun sebelumnya sebagai berikut.

$$D_{i,\Omega} \quad = \quad \frac{N_{i,\Omega}}{N_{i+1,\Omega}} \cdot D_{i+1,\Omega},$$

untuk setiap tahun $i \in (2018, 2017, 2016)$ dan jenis sapi $\Omega \in \{\text{potong}, \text{perah}\}$. Perhatikan bahwa $D_{i,\Omega}$ adalah tingkat kematian sapi pada tahun i jenis Ω dan $N_{i,\Omega}$ adalah total sapi hidup pada tahun i jenis Ω di Kabupaten Bogor.

Tabel 3. Tingkat Kematian Sapi Potong dan Sapi Perah untuk Tahun 2016-2019.

Tingkat Kematian ($\boldsymbol{D_{i,\Omega}}$)	**Tahun ($\boldsymbol{i}$)**			
	2019	**2018**	**2017**	**2016**
Sapi Potong ($D_{i,\text{potong}}$)	0,015500	0,015595	0,020517	0,033915
Sapi Perah ($D_{i,\text{perah}}$)	0,017700	0,017269	0,016343	0,017447

Tingkat kematian sapi pada Tabel 3 dikalikan dengan banyak sapi potong dan sapi perah yang hidup di tahun tersebut sehingga diperoleh banyak sapi potong dan sapi perah yang mati dari tahun 2016-2019, seperti yang ditampilkan dalam Tabel 4.

Tabel 4. Banyak Sapi Potong dan Sapi Perah yang Mati per Kategori Umur Sapi dari 40 Kecamatan di Kabupaten Bogor dari Tahun 2016-2019.

Tahun (i)	**Banyak Sapi yang Mati ($w_{j,\beta}$)**					
	Anak ($w_{j,1}$)		**Muda ($w_{j,2}$)**		**Dewasa ($w_{j,3}$)**	
	Potong	**Perah**	**Potong**	**Perah**	**Potong**	**Perah**
2016	83	14	159	14	1.147	117
2017	42	20	86	25	376	82
2018	32	23	64	26	196	89
2019	29	30	67	31	188	83
Total	273		4721		2.278	

Dapat dicari nilai $\widehat{\theta_\beta}$ untuk setiap β menggunakan Persamaan (5) digunakan untuk menghitung nilai q menggunakan Persamaan (1). Nilai $\widehat{\theta_\beta}$ dan q yang didapat ditampilkan dalam Tabel 5.

Tabel 5. Estimasi Parameter $\widehat{\theta_\beta}$ dan q

$\boldsymbol{\beta}$	**1 (Anak Sapi)**	**2 (Sapi Muda)**	**3 (Sapi Dewasa)**
$\widehat{\boldsymbol{\theta_\beta}}$	0,0197	0,0202	0,0093
$\boldsymbol{q}$	0,0195	0,0200	0,0231

3.2 Simulasi Perhitungan Premi untuk Kelompok Usia Sapi yang Sama

Misalkan terdapat 3 orang peternak sapi di Bogor yang ingin mengasuransikan seluruh sapinya, di mana seluruh sapi setiap peternak berada pada kategori umur yang sama dan diasumsikan $d = 1$, $u = 7$, $n_\beta = 7$, $\alpha = 80\%$, dan $\lambda = 0{,}00078$. Peternak pertama ingin mengasuransikan 7 ekor anak sapi seharga $P_{I_1} =$ Rp 9.497.500, peternak kedua mengasuransikan 7 ekor sapi muda seharga $P_{I_2} =$ Rp 14.937.500, dan peternak ketiga akan mengasuransikan 7 ekor sapi dewasa seharga $P_{I_3} =$ Rp 17.525.000. Dengan program *Matlab,* diperoleh nilai $\overline{P_{I_\beta}}$ dari Persamaan (16) dengan $\rho = \eta = 10\%$ dan $Q_T = 15\%$ untuk setiap peternak sesuai jenis kelompok usia sapi yang diasuransikan, sehingga didapat besar premi total per tahun yang dibayarkan setiap peternak pada Tabel 6.

Tabel 6. Premi Setiap Peternak dengan Jenis Sapi yang Diasuransikan Sama.

Peternak ke-	$\overline{P_{I_\beta}}$	P_{TOTAL}	Premi per Ekor Sapi per Tahun
1	0,0294	Rp 1.954.586	Rp 279.227
2	0,0298	Rp 3.115.963	Rp 445.138
3	0,0439	Rp 5.385.433	Rp 769.348

Berdasarkan hasil simulasi perhitungan pada Tabel 6, dapat dilihat bahwa terjadi kenaikan premi dari kelompok usia anak sapi ke sapi muda sebesar Rp 1.161.377 (59% dari total premi) jika sapi yang diasuransikan berasal dari kelompok usia anak. Namun, jika sapi yang diasuransikan berubah dari kelompok usia anak ke sapi dewasa, kenaikan yang terjadi hampir 1,75 kali dari premi pada anak sapi yaitu Rp 3.430.847. Hal ini dapat terjadi karena semakin tua sapi, maka semakin rendah sistem imunitas tubuh sapi sehingga rentan akan berbagai faktor-faktor penyebab kematian. Jadi, semakin tua seekor sapi yang diasuransikan maka semakin mahal atau semakin besar kenaikan premi yang harus dibayarkan peternak.

3.3 Simulasi Perhitungan Premi untuk Kelompok Usia Sapi yang Berbeda

Pada subbab ini, disimulasikan perhitungan besar premi untuk jenis sapi yang diasuransikan berasal dari kategori usia yang berbeda-beda. Artinya, untuk setiap $\beta \in \{1,2,3\}$ masing-masing memiliki jumlah sapi yang diasuransikan berbeda (n_β) dan parameter θ_β yang berbeda juga bergantung pada kelompok usia sapinya. Kemudian, untuk setiap kelompok usia sapi akan dicari persentase tarif premi rata-rata ($\overline{P_{I_\beta}}$) dengan mensubstitusikan nilai-nilai untuk masing-masing kelompok usia ternak sapi ke Persamaan (16). Nilai $\overline{P_{I_\beta}}$ untuk setiap $\beta \in \{1,2,3\}$ digunakan untuk mencari total harga premi dari setiap kelompok usia sapi dengan menghitung $\overline{P_{I_\beta}} \cdot n_\beta \cdot P_\beta$. Terakhir, total premi dari masing-masing kelompok usia ternak dijumlahkan sehingga diperoleh

$$P_{TOTAL} = \overline{P_{I_1}} \cdot n_1 \cdot P_1 + \overline{P_{I_2}} \cdot n_2 \cdot P_2 + \overline{P_{I_3}} \cdot n_3 \cdot P_3 \, . \tag{18}$$

Misal terdapat 3 peternak sapi di Bogor yang ingin mengasuransikan sapinya dan diasumsikan $d = 1$, $u = n_\beta$, $\alpha = 80\%$, $\rho = \eta = 10\%$ dan $Q_T = 15\%$. Peternak pertama ingin mengasuransikan 2 ekor anak sapi, 2 ekor sapi muda, dan 3 ekor sapi dewasa dengan pilihan $\lambda = 0$ dan $\lambda = 0{,}00078$. Peternak kedua ingin mengasuransikan 3 ekor anak sapi dan 5 ekor sapi dewasa dengan $\lambda = 0{,}00078$ serta pilihan $u = n_\beta$ dan $u = n_\beta - 1$. Peternak ketiga ingin mengasuransikan 6 ekor anak sapi, tetapi masih belum bisa menentukan apakah ingin mengasuransikan 1, 2, 3, atau 4 ekor sapi dewasa. Diasumsikan harga sapi per kelompok usia adalah $P_{I_1} =$ Rp 9.497.500, $P_{I_2} =$ Rp 14.937.500, dan $P_{I_3} =$ Rp 17.525.000.

1. Peternak pertama:

   Sapi yang diasuransikan adalah $n_1 = 2$, $n_2 = 2$, dan $n_3 = 3$. Dari Persamaan (16) dan menggunakan perangkat lunak *Matlab* untuk menghitung $\overline{P_{I_\beta}}$, diperoleh $\overline{P_{I_\beta}}$ untuk setiap kategori usia sapi dengan $\lambda = 0$ dan $\lambda = 0{,}00078$. Total premi yang dibayarkan peternak pertama dari Persamaan (18) seperti pada Tabel 7.

Tabel 7. Premi Total per Tahun Milik Peternak Pertama.

$\boldsymbol{\lambda}$	$\overline{\boldsymbol{P_{I_\beta}}}$	$\boldsymbol{P_{TOTAL}}$	$\boldsymbol{\lambda}$	$\overline{\boldsymbol{P_{I_\beta}}}$	$\boldsymbol{P_{TOTAL}}$
0	$\overline{P_{I_1}} = 0{,}0094$	Rp 1.054.193/tahun.	0,00078	$\overline{P_{I_1}} = 0{,}0167$	Rp 2.606.667/tahun.
	$\overline{P_{I_2}} = 0{,}0096$			$\overline{P_{I_2}} = 0{,}0168$	
	$\overline{P_{I_3}} = 0{,}0112$			$\overline{P_{I_3}} = 0{,}0340$	

   Perhatikan Tabel 7, dapat dilihat bahwa semakin tinggi tingkat λ maka semakin besar nilai $\overline{P_{I_\beta}}$ yang menyebabkan preminya juga semakin mahal. Hal ini disebabkan penyakit akan meningkatkan risiko terjadinya kematian pada ternak.

2. Peternak kedua:

   Sapi yang diasuransikan adalah $n_1 = 3$ dan $n_3 = 5$. Dari Persamaan (16) dan menggunakan perangkat lunak *Matlab* untuk menghitung $\overline{P_{I_\beta}}$, diperoleh $\overline{P_{I_\beta}}$ untuk setiap kategori usia sapi dengan $u = n_\beta$ dan $u = n_\beta - 1$. Total premi yang dibayarkan peternak kedua dari Persamaan (18) seperti pada Tabel 8.

Tabel 8. Premi Total per Tahun Milik Peternak Kedua.

$\boldsymbol{u}$	$\overline{\boldsymbol{P_{I_\beta}}}$	$\boldsymbol{P_{TOTAL}}$	$\boldsymbol{u}$	$\overline{\boldsymbol{P_{I_\beta}}}$	$\boldsymbol{P_{TOTAL}}$
$n_\beta - 1$	$\overline{P_{I_1}} = 0{,}0144$	Rp 3.310.680/tahun.	n_β	$\overline{P_{I_1}} = 0{,}0230$	Rp 4.212.903/tahun.
	$\overline{P_{I_2}} = 0{,}0331$			$\overline{P_{I_2}} = 0{,}0406$	

   Berdasarkan Tabel 8, nilai $\overline{P_{I_\beta}}$ dan total premi akan semakin besar seiring meningkatnya u yang berarti pembayaran menjadi bertambahnya kewajiban perusahaan asuransi untuk menanggung kerugian peternak. Untuk mengurangi risiko bagi perusahaan asuransi, dibebankan premi yang tinggi.

3. Peternak ketiga:

   Sapi yang diasuransikan adalah $n_1 = 2$ dan $n_3 = 1$, $n_3 = 2$, $n_3 = 3$, atau $n_3 = 4$. Dari Persamaan (16) dan menggunakan perangkat lunak *Matlab* untuk menghitung $\overline{P_{I_\beta}}$, diperoleh 4 kemungkinan bagi peternak ketiga pada Tabel 9.

Pada peternak ketiga ini, dipilih jumlah sapi dewasa yang berbeda-beda karena ingin melihat pengaruh dari *deductible* terhadap harga premi asuransi.

Tabel 9. Premi Total per Tahun Milik Peternak Ketiga untuk Jumlah Sapi Dewasa yang Diasuransikan Bervariasi dari 1 hingga 4 Ekor.

$\boldsymbol{n_3}$	$\overline{\boldsymbol{P_{I_3}}}$	$\overline{\boldsymbol{P_{I_1}}}$	$\boldsymbol{P_{TOTAL}}$ **per Tahun**
1	0,1751	0,0285	Rp 4.692.700
2	0,0248	0,0285	Rp 2.493.313
3	0,0340	0,0285	Rp 3.411.623
4	0,0381	0,0285	Rp 4.294.883

Dari Tabel 9, jika hanya satu ekor sapi dewasa yang diasuransikan, maka total premi untuk mengasuransikan 1 ekor sapi dewasa dan 6 ekor anak sapi adalah Rp 4.692.700 per tahun, jauh lebih besar dari yang mengasuransikan 2 hingga 4 ekor sapi dewasa. Hal ini dapat terjadi sebab pada saat hanya satu ekor sapi dewasa yang diasuransikan artinya tidak ada *deductible*. Tanpa adanya *deductible* ($d = 0$), maka setiap terjadinya kematian yang merugikan peternak, perusahaan asuransi akan tetap membayar kerugian yang dialami peternak tanpa ada pengurangan. Pemegang polis akan merubah perilakunya dalam mengurangi risiko yang dapat terjadi pada sapi karena tidak ada biaya yang terlebih dahulu dibebankan pada peternak apabila terjadi risiko kerugian. Artinya, risiko yang ditanggung perusahaan asuransi sangat besar yang menyebabkan preminya tentu akan lebih mahal. Dengan adanya pembebanan d, maka premi menjadi lebih murah. Saat $n_3 \geq 2$, total premi membesar karena faktor pengali n_3 nilainya semakin besar yang mengakibatkan total preminya juga semakin mahal. Kasus ini menunjukkan bahwa semakin banyak sapi yang diasuransikan maka preminya akan semakin mahal.

4 Simpulan

Berdasarkan pembahasan dan simulasi yang sudah dilakukan pada bab sebelumnya, diperoleh bahwa besar premi per ekor lebih tinggi dari premi pada program Asuransi Usaha Ternak Sapi (AUTS) milik pemerintah. Tarif premi yang dibebankan akan semakin kecil seiring meningkatnya *d* sebab dengan adanya faktor *deductible,* kerugian tidak sepenuhnya akan ditanggung perusahaan asuransi sehingga memperkecil risiko kerugian yang akan ditanggung perusahaan asuransi. Sebaliknya, tarif premi yang dibebankan berbanding lurus seiring membesarnya variabel u, $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{n_\beta}$, dan usia sapi.

Beberapa saran untuk pengembangan penelitian ini adalah dapat dibuat model asuransi yang memperhitungkan premi asuransi dari beberapa kelompok sapi dengan kombinasi jumlah dan kategori umur ternak. Selanjutnya dapat digunakan juga variabel acak yang bersifat dependen dengan menggunakan kopula *Gaussian* atau *Archimedes* untuk pemodelan asuransi bencana kematian untuk ternak.

5 Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada para reviewer yang sudah memberikan masukan yang berharga untuk perbaikan materi dalam makalah ini. Tidak lupa penulis juga berterima kasih kepada Dinas Ketahanan Pangan dan Peternakan Propinsi Jawa Barat dan Dinas Perikanan dan Peternakan Kabupaten Bogor untuk data yang disediakan untuk mendukung riset ini. Terakhir, dukungan dari Universitas Katolik Parahyangan agar Penulis terus berkarya dalam penelitian.

6 Daftar Pustaka

[1] Dahiri and R. Wardianingsih, "Review Asuransi Usaha Ternak Sapi," *Bul. APBN*, vol. IV, pp. 8–11, 2019.

[2] Insyafiah and I. Wardhani, *Kajian Persiapan Implementasi Asuransi Pertanian Secara Nasional*. Kementerian Keuangan Badan Kebijakan Fiskal Pusat Pengelolaan Risiko Fiskal, 2014.

[3] OJK, "Lokakarya Pembangunan Perikanan Budidaya Berkelanjutan: Udang dan Rumput Laut - Asuransi Usaha Tani Padi, Asuransi Usaha Ternak Sapi, Asuransi Perikanan Pembudidaya Ikan Kecil, Asuransi Nelayan," 2019. https://wri-indonesia.org/id/events/lokakarya-pembangunan-perikanan-budidaya-berkelanjutan-udang-dan-rumput-laut (accessed Nov. 17, 2020).

[4] J. Pai and N. Ravishanker, "Livestock mortality catastrophe insurance using fatal shock process," *Insur. Math. Econ.*, vol. 90, pp. 58–65, 2020, doi: 10.1016/j.insmatheco.2019.11.001.

[5] M. Z. Khan and M. Zahoor, "An overview of brucellosis in cattle and humans, and its serological and molecular diagnosis in control strategies," *Trop. Med. Infect. Dis.*, vol. 3, no. 2, 2018, doi: 10.3390/tropicalmed3020065.

[6] C. Basri and B. Sumiarto, "Taksiran Kerugian Ekonomi Penyakit Kluron Menular (Brucellosis) pada Populasi Ternak di Indonesia," *J. Vet.*, vol. 18, no. 4, pp. 547–556, 2017, doi: 10.19087/jveteriner.2017.18.4.547.

[7] S. Anastasiadis and S. Chukova, "Multivariate insurance models: An overview," *Insur. Math. Econ.*, vol. 51, no. 1, pp. 222–227, 2012, doi: 10.1016/j.insmatheco.2011.01.013.

[8] J. LeMaire, N. Bowers, H. Gerber, J. Hickman, D. Jones, and C. Nesbitt, *Actuarial Mathematics*, vol. 57, no. 2. THE SOCIETY OF ACTUARIES, 1997.

[9] G. Werner *et al.*, *Basic Ratemaking*, 5th ed., no. October. USA: Casualty Actuarial Society, 2016.

[10] R. L. Brown and L. R. Gottlieb, *Introduction to ratemaking and loss reserving for property and casualty insurance*, 3rd ed. USA: ACTEX Publications, 2001.